

Aula 02

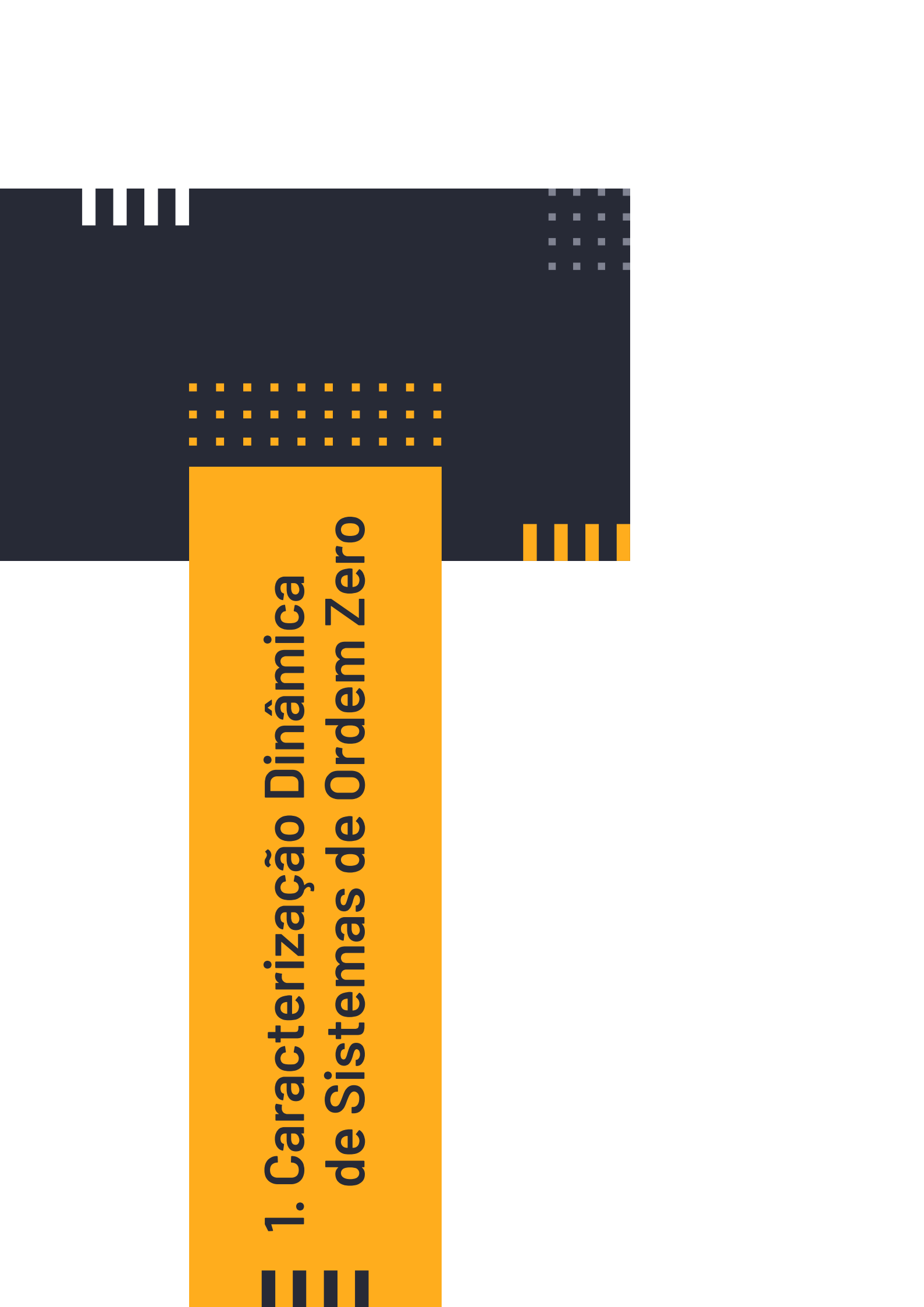
Caracterização Dinâmica e Estática de Sistemas por Ensaio

Disciplina: Laboratório de Engenharia de Controle
Professor: Rafael Cavalcanti Neto

Objetivos

1. Caracterização Dinâmica de Sistemas de Ordem Zero
2. Caracterização Dinâmica de Sistemas de 1ª Ordem
3. Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem
4. Caracterização Dinâmica e Estática de Sistemas por Ensaio
5. Não-linearidades





1. Caracterização Dinâmica de Sistemas de Ordem Zero

Definição

- De forma resumida, um **sistema de ordem zero** é um sistema que não apresentam qualquer dispositivo de armazenamento de energia. Portanto, a relação entrada-saída desse tipo de sistema se dá através de **equações algébricas**.



Caracterização Dinâmica de Sistemas de Ordem Zero

■ Características Básicas:

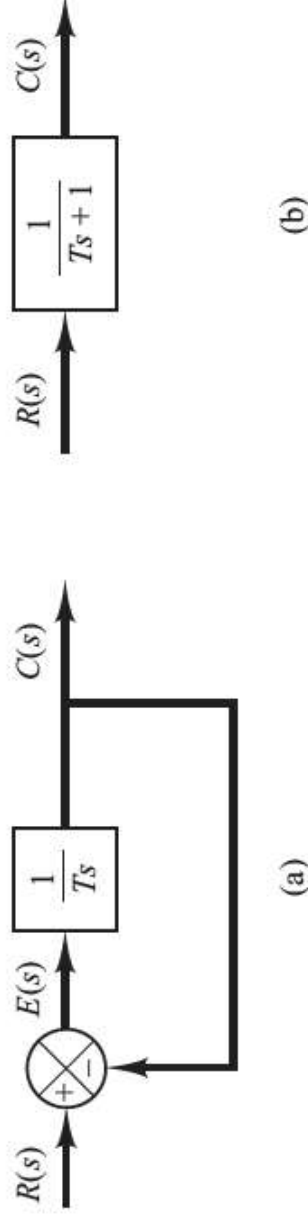
- Descritos por uma equação algébrica ao invés de equação diferencial;
- Quando um dispositivo é modelado por um sistema de ordem zero, assume-se que sua saída segue a entrada perfeitamente, sem distorção ou defasagem. Portanto, um sistema de ordem zero representa um sistema com comportamento dinâmico ideal.
- Só vamos nos preocupar com as características estáticas de dispositivos, instrumentos e sistemas representados através de um sistema de ordem zero.

Caracterização Dinâmica de Sistemas de 1ª Ordem

Caracterização Dinâmica de Sistemas de 1ª Ordem

■ Características Básicas:

- Descritos por uma equação diferencial de primeira ordem;
- Possuem um polo apenas;
- Não apresentam sobre sinal ou oscilação.



Caracterização Dinâmica de Sistemas de 1ª Ordem

Resposta ao Degrau Unitário do Sistema de Primeira Ordem:

- Considerando a transformada de Laplace de um sinal degrau unitário como $R(s) = 1/s$, temos que:

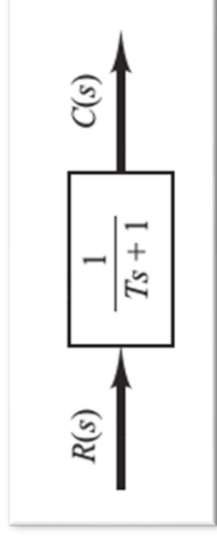
$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} \cdot \frac{1}{s}$$

- Expandindo $C(s)$ em frações parciais, temos:

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{T}{Ts + 1} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + (1/T)}$$

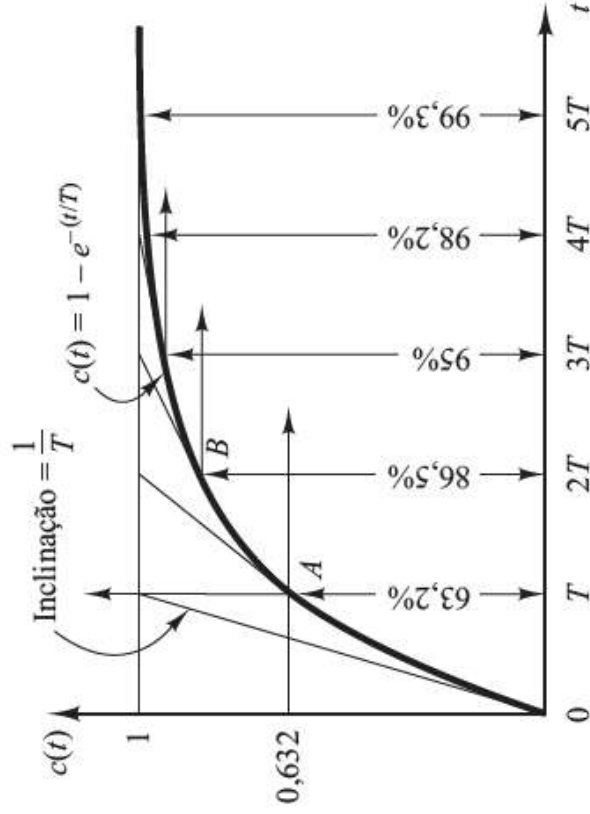
- Considerando a transformada inversa de Laplace da equação acima, temos:

$$c(t) = 1 - e^{-t/T}, \quad \text{para } t \geq 0$$

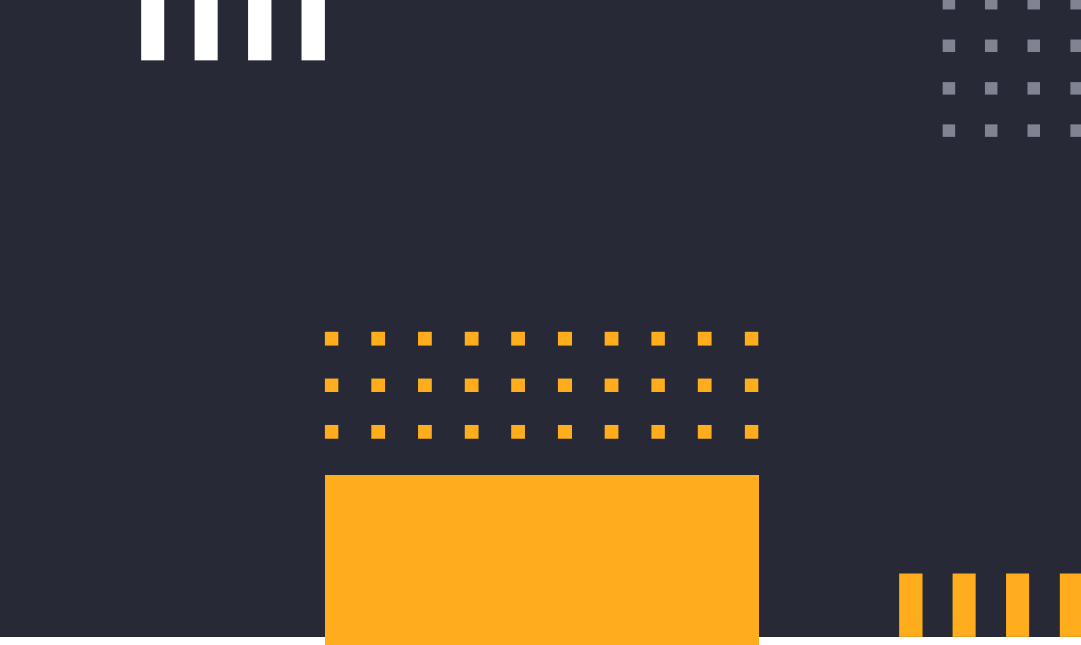


Caracterização Dinâmica de Sistemas de 1ª Ordem

- Resposta ao Degrau Unitário do Sistema de Primeira Ordem:



Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem



Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem

■ Características Básicas:

- Descritos por uma equação diferencial de segunda ordem;
- Possuem dois polos, logo o polinômio do denominador da função de transferência de malha fechada será de segundo grau;
- Os coeficientes desses polinômios são compostos por ξ e ω_n , que são responsáveis pela dinâmica temporal do sistema.
- Pode ser classificado como sub, super e criticamente amortecido, ou ainda marginalmente estável, dependendo das raízes do denominador da função de transferência de malha fechada (equação característica do sistema).

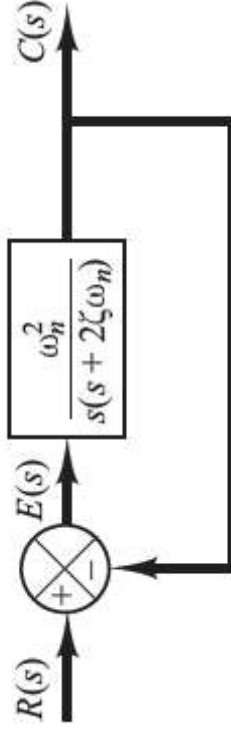
Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem

Características Básicas:

- Forma padrão:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- Sistema de segunda ordem:



Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem

■ Especificações de Projeto:

- Podemos especificar o máximo sobressinal e o tempo de acomodação para, em seguida, terminar quem será ξ e ω_n . De posse desses dados, torna-se possível calcular os polos que produzem a dinâmica temporal do sistema;
- Tempo de subida e sobressinal são especificações conflitantes;
- Erro em regime permanente;
- Se o interesse for a resposta em frequência, usa-se um sinal senoidal de frequência variável.

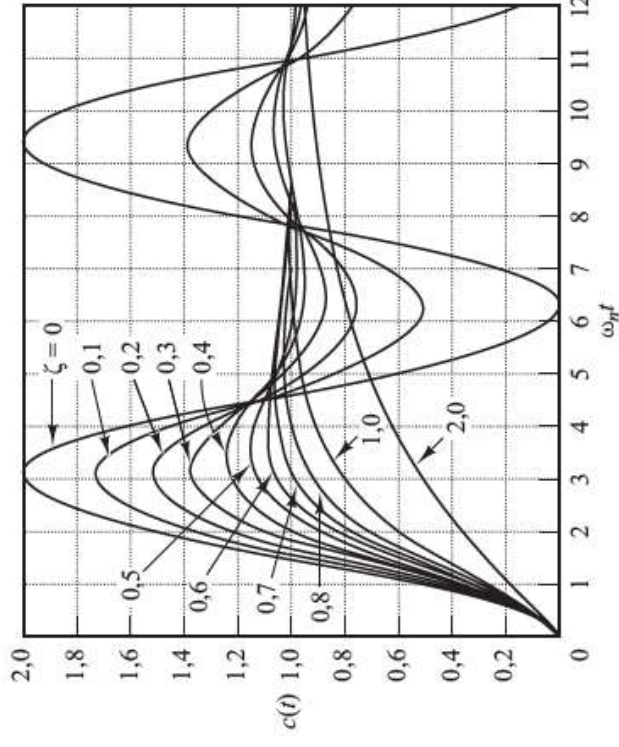
Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem

■ Resposta ao degrau unitário do sistema de primeira ordem:

Sistema subamortecido ($0 < \xi < 1$)

- Raízes serão complexas conjugadas.
- Possui resposta mais rápida e possui sobressinal.
- Parte transiente é uma senoide amortecida com frequência ω_d .

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + j\omega_d)(s + \zeta\omega_n - j\omega_d)}$$



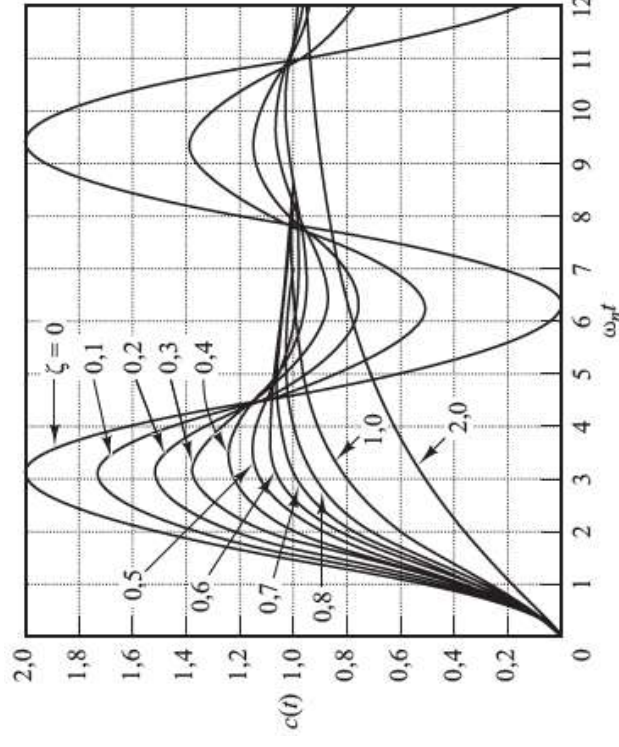
Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem

- Resposta ao degrau unitário do sistema de primeira ordem:

Sistema criticamente amortecido ($\xi = 1$)

- Possui dois polos reais, iguais.
- Resposta sem oscilação.
- Resposta mais rápida possível.
- Para $R(s) = 1/s$:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} s$$



Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem

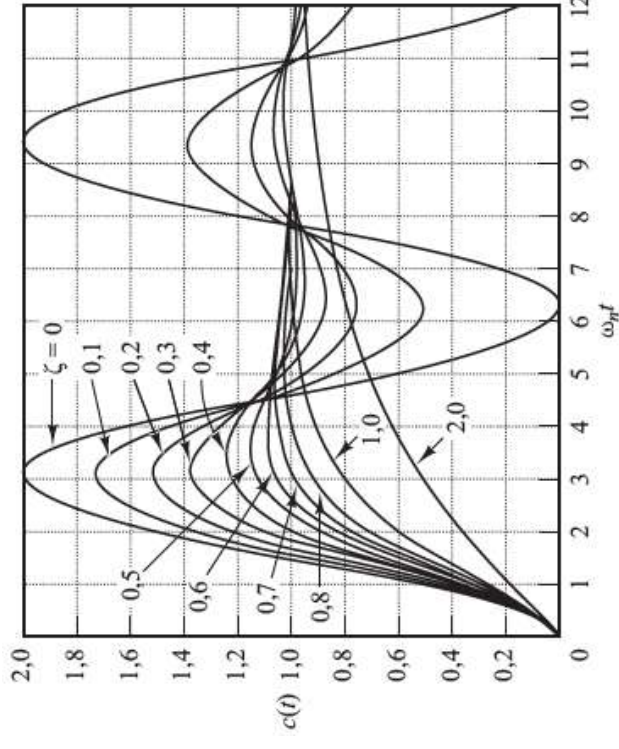
■ Resposta ao degrau unitário do sistema de primeira ordem:

Sistema superamortecido ($\xi > 1$)

- Raízes do polinômio do denominador resultam em dois polos reais distintos.
- Não possui sobressinal ou oscilação.
- Pode ser aproximado a um sistema de primeira ordem.

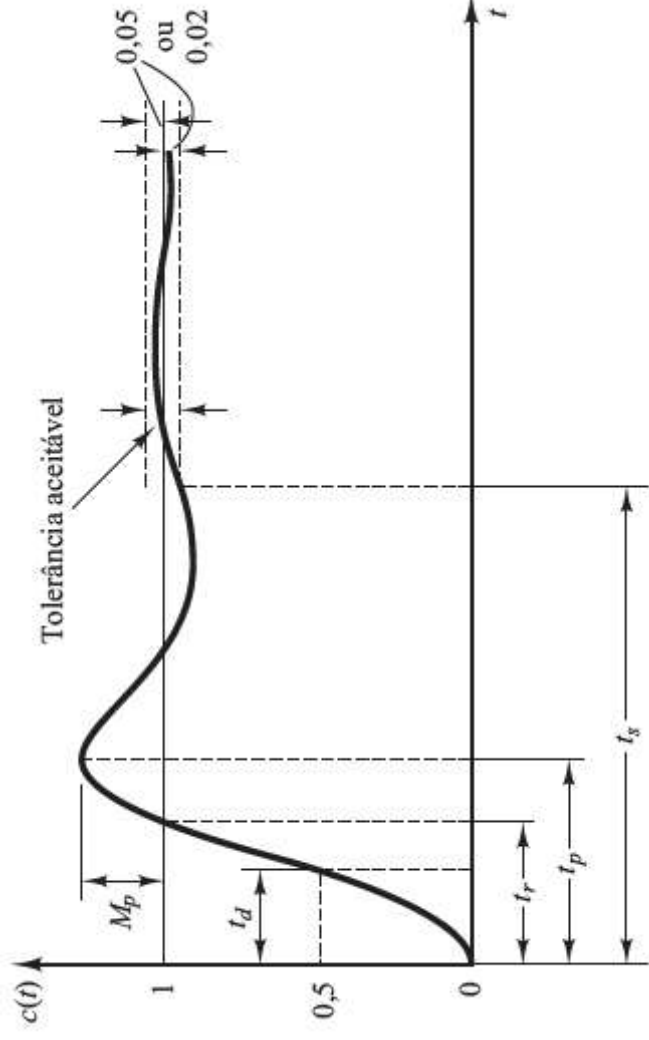


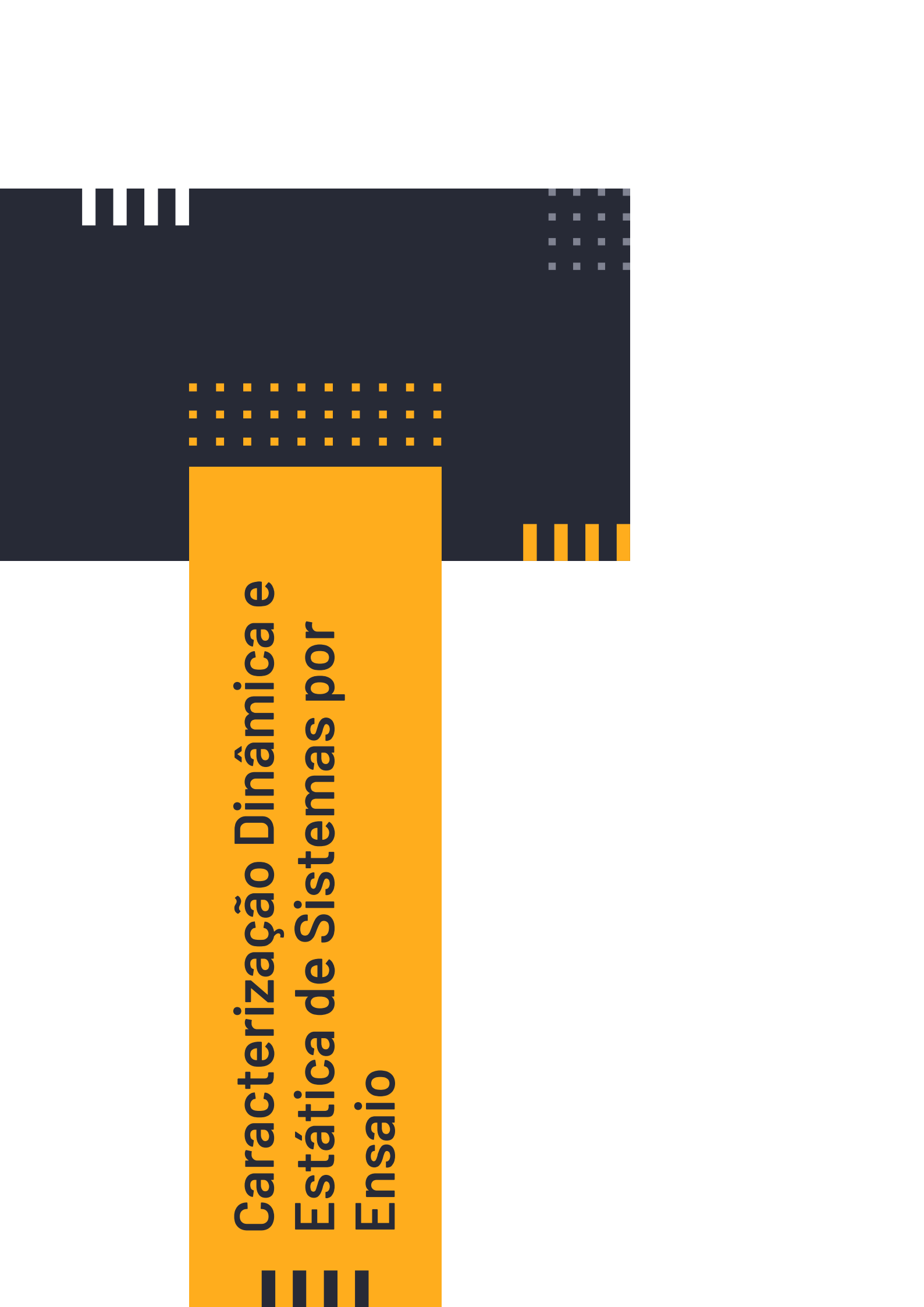
$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})(s + \zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})s}$$



Caracterização Dinâmica de Sistemas de 2ª Ordem

■ Resposta ao Degrau Unitário do Sistema de Segunda Ordem:





Caracterização Dinâmica e Estática de Sistemas por Ensaio

Identificação de Sistemas

- Para fazer o projeto de um sistema de controle de forma assertiva, é fundamental o conhecimento de algumas características do sistema. Neste cenário, podemos utilizar técnicas de identificação de sistemas para obter um modelo do sistema (ou de parte dele).
- A **identificação de sistemas** se propõe a obter um modelo matemático que explique, pelo menos em parte e de forma aproximada, a relação de causa e efeito presente nos dados experimentais obtidos a partir de um sistema (AGUIRRE, 2020).

Identificação de Sistemas

■ Principais Etapas de um Problema de Identificação:

1. Testes dinâmicos e coleta de dados;
(Coleta de dados experimental)
2. Escolha da representação matemática a ser usada;
(Função de transferência, espaço de estados, representação ARMAX, etc...)
3. Determinação da estrutura do modelo;
(Número de polos e zeros, existência de atraso, etc...)
4. Estimação de parâmetros;
(Processamento de dados para estimação de parâmetros)
5. Validação do modelo.

Identificação de Sistemas

Testes Dinâmicos e Coleta de Dados

Testes Dinâmicos e Coleta de Dados

- Uma vez que a identificação se propõe a obter modelos a partir de dados, é necessário gerar tais dados.
- Muitas vezes, os únicos dados disponíveis serão dados de “operação normal”. Em outras situações, entretanto, será possível e desejável efetuar testes de forma a extrair informações sobre a dinâmica do sistema.
- **Precisamos avaliar quais testes fazer para extrair as informações do sistema.**
- **Problemas importantes relacionados a esta etapa são:**
 - A escolha do sinal de excitação;
 - A execução do teste; e
 - A escolha do tempo de amostragem.

Escolha dos Sinais de Excitação

- Fatores que farão o usuário escolher o sinal de excitação:
 - Características operacionais do sistema;
 - Avaliação de características **estáticas** ou **dinâmicas** do sistema.



Características Estáticas

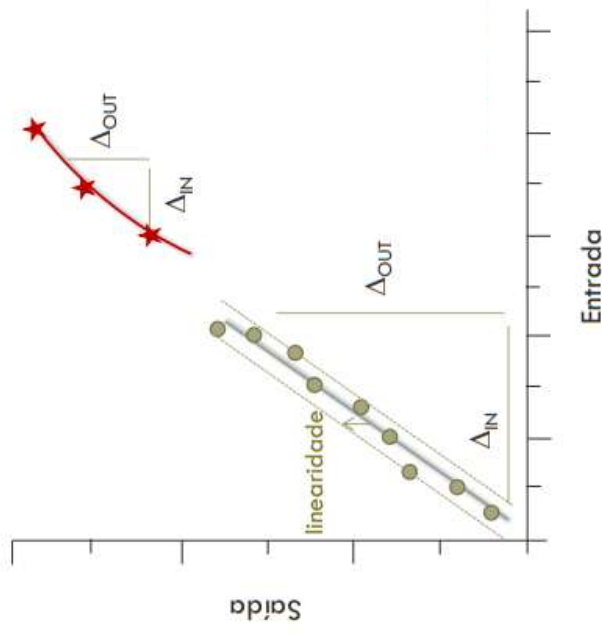
- **DEFINIÇÃO:** Dado um conjunto de medidas de um determinado sistema, tem-se que as características estáticas do sistema são aquelas que não mudam dentro do período de medição.
- **Dentre as características estáticas, destacam-se:**
 - Sensibilidade;
 - Linearidade;
 - Resolução;
 - Faixa de operação;
 - Histerese;
 - Etc...

Características Estáticas – Sensibilidade

- **DEFINIÇÃO:** A sensibilidade estática ou ganho estático do sistema é a razão da variação na saída pela variação da entrada, depois do regime permanente ser alcançado. O ganho estático do sistema pode ser linear ou não-linear.

$$k = \Delta_{IN} / \Delta_{OUT}$$

- A linearidade indica o máximo desvio da função de transferência do instrumento de uma reta de referência média. Aplica-se a sistemas de medição projetados para serem lineares.



Características Estáticas – Sensibilidade

Exemplo:

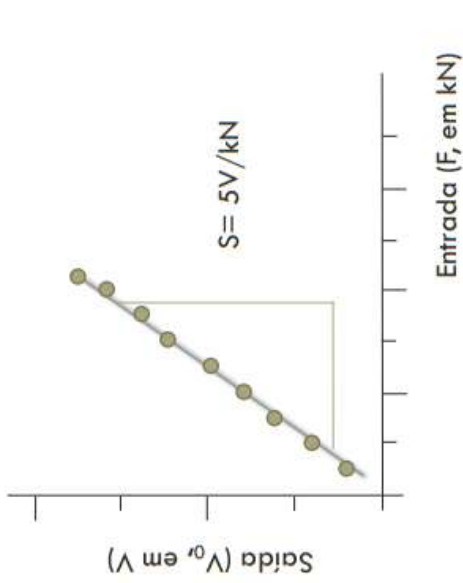
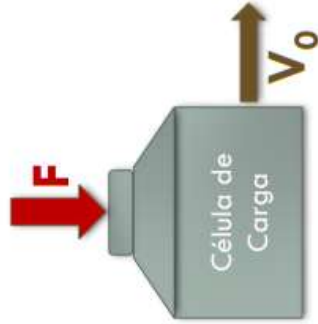
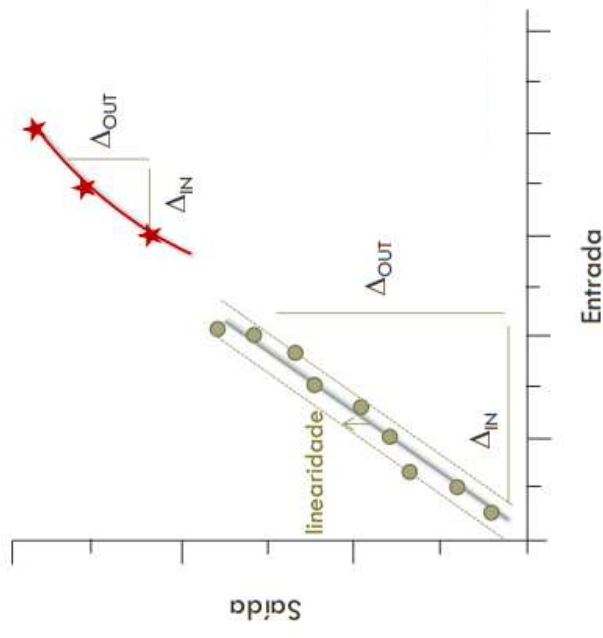


Diagrama de bloco:



Características Estáticas – Faixa Operacional

- **DEFINIÇÃO:** A **faixa operacional** do instrumento é aquela na qual a sensibilidade estática é constante. Se a curva não for uma linha reta, a sensibilidade variará em função da entrada.



Características Estáticas – Resolução

- **DEFINIÇÃO:** A **resolução** é a menor variação do sinal de entrada que resultará em uma variação mensurável no sinal de saída.
- **EXEMPLOS:** Sensores digitais de temperatura.

ANALOG
DEVICES

AHEAD OF WHAT'S POSSIBLE™

Board Mount Temperature Sensor

ADT7320

T_A = -40°C to +125°C,

Temperature Resolution

13-Bit

16-Bit

0.0625

0.0078

°C

°C

13-bit resolution (sign + 12 bits)

16-bit resolution (sign + 15 bits)

LM95172 13-Bit to 16-Bit 200°C

13-Bit (0.0625°C LSB) to 16-Bit (0.0078125°C LSB) Temperature Resolution

Wide -40°C to +200°C Temperature Range

TEXAS
INSTRUMENTS

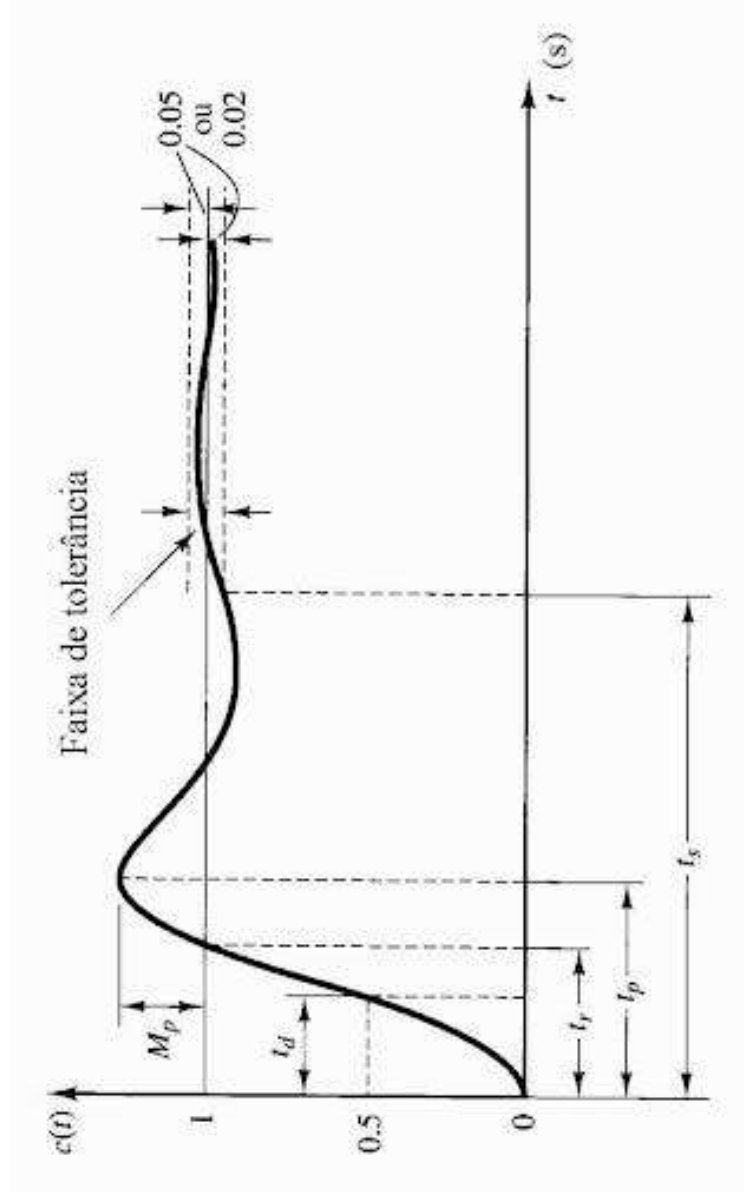
28

Características Dinâmicas

- **DEFINIÇÃO:** As características dinâmicas descrevem a evolução do comportamento da variável de saída de um sistema durante o intervalo de tempo em que o sistema encontra-se em estado transitório.
- **Dentre as características estáticas, destacam-se:**
 - Tempo de subida;
 - Tempo de assentamento;
 - Máximo sobressinal percentual;
 - Coeficiente de amortecimento;
 - Frequência natural do sistema;
 - Etc...

Características Dinâmicas – Exemplos

■ EXEMPLOS:



Execução do Teste

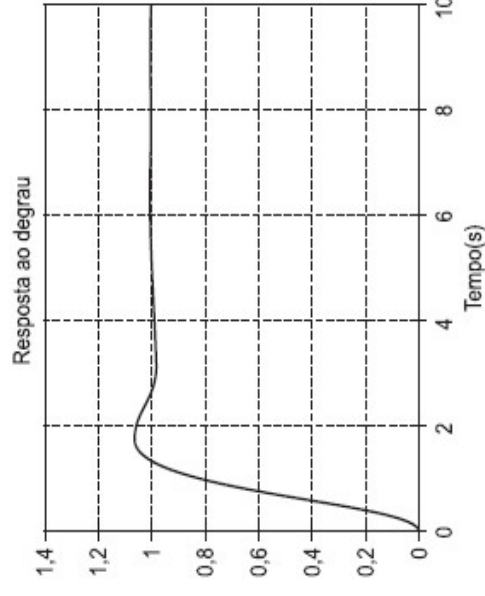
TIPOS DE ABORDAGENS:

Características Estáticas:

- ✓ Leitura de *datasheet*;
- ✓ Ensaio de regime permanente em vários pontos de operação distintos.

Características Dinâmicas:

- ✓ Leitura de *datasheet*;
- ✓ Resposta ao degrau;
- ✓ Resposta em frequência;



Escolha do Tempo de Amostragem

TIPOS DE ABORDAGENS:

Características Dinâmicas:

- ✓ Resposta ao degrau;
- ✓ Resposta em frequência;

Qual frequência de amostragem
escolher para o dispositivo de
captura de dados?

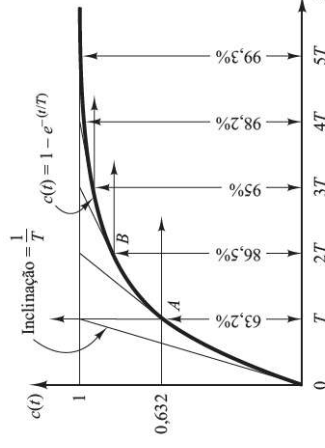
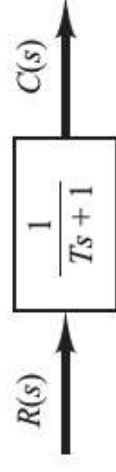
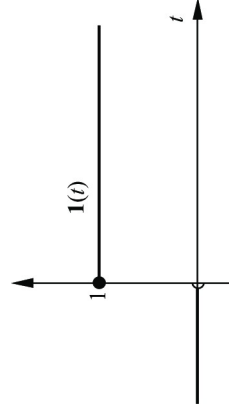
Teorema da Amostragem de Nyquist-Shannon (Teorema de Nyquist):

- Esse teorema explica a relação entre a taxa de amostragem e a frequência do sinal medido;
- Esse teorema diz que a taxa de amostragem f_s deve ser **maior que o dobro** da componente de maior frequência que você quer analisar no sinal medido.

Ensaio para Avaliação de Características Dinâmicas

Resposta ao Degrau:

- Para um sistema linear, o comportamento do sinal de saída após a aplicação de um degrau na entrada seguirá as características já expostas em sala de aula.
- Assim, observando tempo de assentamento, máximo sobressinal e outras figuras de mérito, torna-se possível estimar os parâmetros do sistema.



Ensaio para Avaliação de Características Dinâmicas

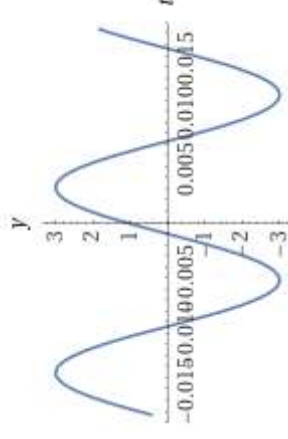
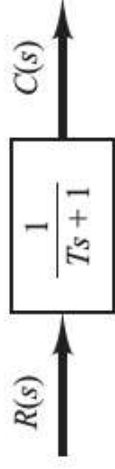
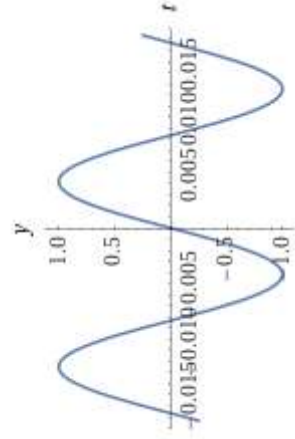
- **Resposta ao Degrau:**

- O degrau pode ser substituído por um pulso, desde que esse pulso seja duradouro o suficiente para que se observe a saída atingir o regime permanente.
- Além de avaliar a dinâmica, também faz-se necessário avaliar o ganho do sistema. Isso pode ser feito calculando qual a variação de amplitude da saída dividida pela variação de amplitude do degrau de entrada.

Ensaio para Avaliação de Características Dinâmicas

- **Resposta em Frequência:**

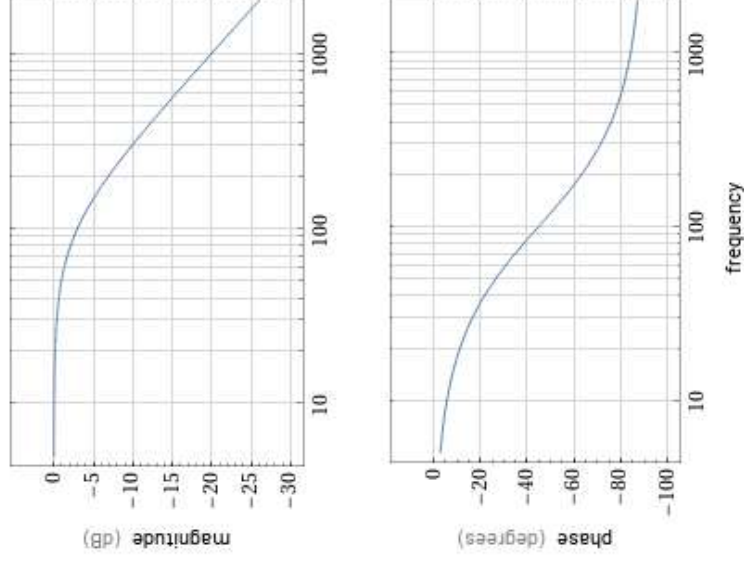
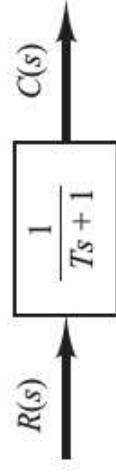
- Para um sistema linear, as frequências do sinal de excitação (sinal de entrada) também aparecerão na saída do sistema.



Ensaio para Avaliação de Características Dinâmicas

Resposta em Frequência:

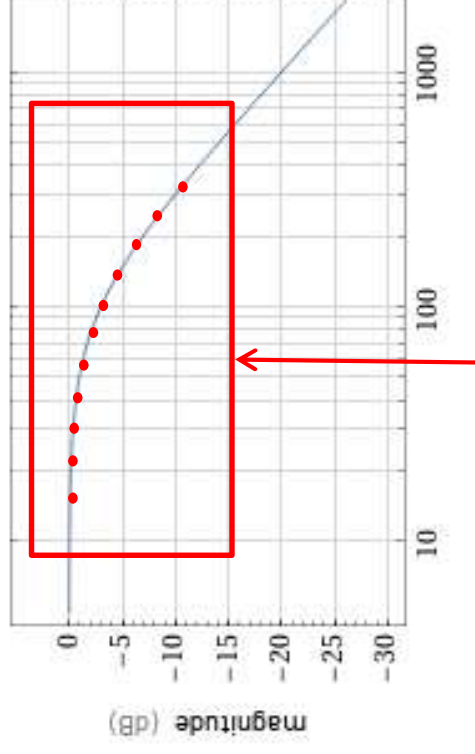
- Para um sistema linear, as frequências do sinal de excitação (sinal de entrada) também aparecerão na saída do sistema.



Ensaio para Avaliação de Características Dinâmicas

■ Resposta em Frequência:

- Metodologia: Aplicação de várias senoides, de diferentes frequências, na entrada do sistema enquanto se observa a **amplitude e a fase do sinal de saída**.
- Para sistemas de primeira ordem, devesse pegar pontos antes e depois da frequência de corte (frequência do polo do sistema).

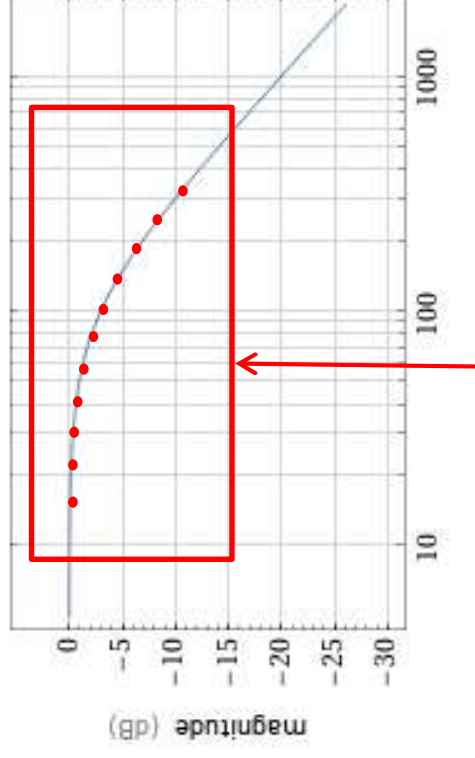


Valores obtidos para ensaio experimental

Ensaio para Avaliação de Características Dinâmicas

- **Resposta em Frequência:**

- Comentários sobre a validação do modelo serão feitos na próxima aula.



Valores obtidos para ensaio experimental



Identificação de Sistemas

Escolha da Representação Matemática a
Ser Usada



Tipos de Representações Matemáticas

- **Identificação determinística:**
 - Funções de transferência em tempo contínuo; ← **Usaremos esse.**
 - Representação do sistema em espaço de estados.
- **Identificação estocástica:**
 - ARX (modelo autorregressivo com entradas externas);
 - ARMAX (modelo autorregressivo com média móvel e entradas externas);
 - Etc ...

Modelos Não-Lineares

- **O que devemos fazer quando temos um sistema não-linear?**
Devemos usar modelos diferentes para projeto de controle e para simulação.
- **Modelo para projeto de controle:** Modelo linearizado representando um ponto de operação do sistema.
- **Modelo para simulação:** Se possível, o modelo deve ser não linearizado.
Utilizado afim de validar em simulação se as considerações feitas vão ou não atrapalhar o desempenho do sistema.



Identificação de Sistemas

Determinação da Estrutura do Modelo



Determinação da Estrutura do Modelo

- No caso de modelos lineares, a escolha da sua estrutura se restringe, basicamente, à escolha do **número de polos e de zeros**, bem como à determinação da existência **de algum atraso de tempo na planta**.
- Algumas técnicas auxiliar nessa escolha serão descritas na próxima aula.





Identificação de Sistemas

Estimação de Parâmetros



Estimação de Parâmetros

- Essa etapa começa com a escolha do algoritmo a ser utilizado. Nesta aula veremos apenas métodos heurísticos e o uso de regressão linear (ou não-linear).
- Um dos métodos mais utilizados para esta finalidade é o de mínimos quadrados. Porém, só utilizaremos esse método em aulas futuras, com auxílio do Matlab.



Características Dinâmica: Método Heurístico para uma Estrutura Conhecida



Características Estáticas: Uso da função *polyfit*



Próxima Aula...

- Validação de modelo matemáticos
- Tipos de modelo
- Modelo caixa-branca
- Modelo caixa-cinza



Suporte ao Aluno



e-mail:

- rafael.cavalcantinetto@ufpe.br