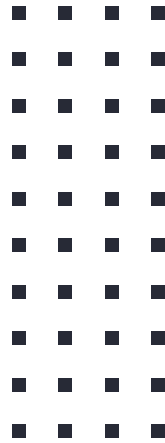


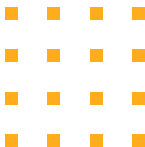


Aula 04

Modelagem Matemática de Sistemas: Caixa-Branca e Caixa- Cinza



Disciplina: Laboratório de Engenharia de Controle
Professor: Lucas Gabriel Pedroso de Lima Costa



Objetivos

- Tipos de modelos matemáticos
- Modelo caixa-branca
- Modelo caixa-cinza





Tipos de Modelos Matemáticos

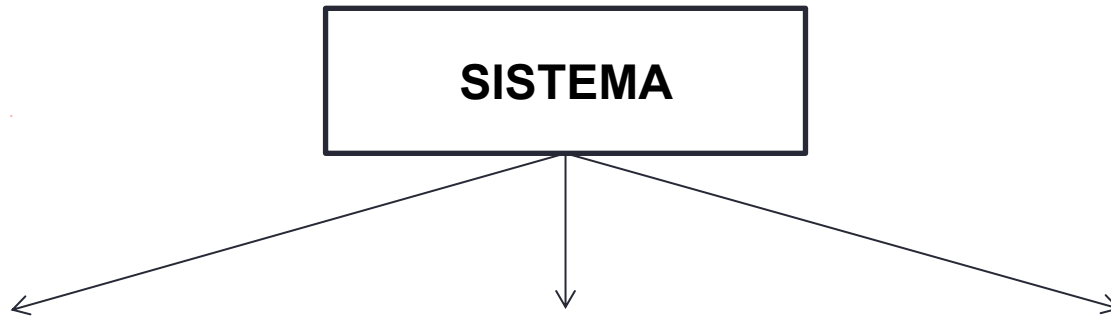


Tipos de Modelos Matemáticos

- Na engenharia, é de suma importância a obtenção de modelos matemáticos que representem com acurácia os sistemas físicos (ou partes deles).
- Algumas aplicações:
 - Pesquisa;
 - Softwares comerciais de simulação;
 - Estimação e previsão de comportamentos.
- Na área de engenharia de controle, o modelo matemático utilizado para o projeto do **controlador** impacta nas características dinâmicas resultantes no sistema físico.

Tipos de Modelos Matemáticos

- De acordo com a teoria de identificação de sistemas, os modelos matemáticos podem ser classificados em:



Tipos de Modelos Matemáticos

- De acordo com a teoria de identificação de sistemas, os modelos matemáticos podem ser classificados em:
 - **Caixa-branca**: Modelagem que considera apenas as variáveis de entrada e a física do sistema. O comportamento da saída do sistema é uma consequência.
 - **Caixa-preta**: Modelagem que considera apenas as variáveis de entrada e a saída do sistema. O comportamento físico do sistema não é considerado.
 - **Caixa-cinza**: Modelagem que considera tanto as variáveis de entrada e a saída do sistema, como também física do sistema.



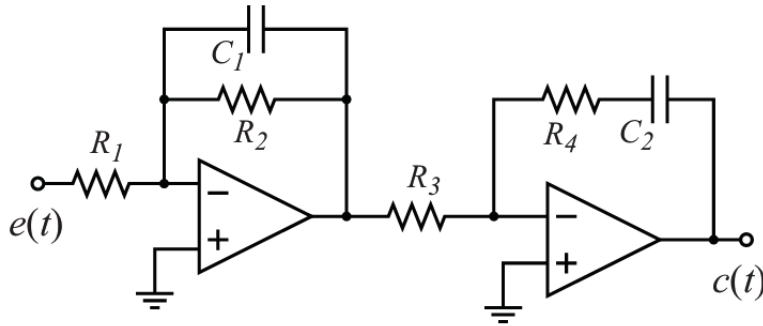
Modelo Caixa-Branca

Modelo Caixa-Branca

- **Modelo caixa-branca:** modelagem que se pauta no equacionamento físico de fenômenos para obtenção de equações algébricas e diferenciais que representam o comportamento do sistema.
- **Processo de modelagem:**
 - Equacionamento físico do processo;
 - Obtenção do modelo (função de transferência, espaço de estados, etc.);
 - Simulação do sistema e comparação da simulação com o modelo;
 - Experimento para comprovação de funcionamento.

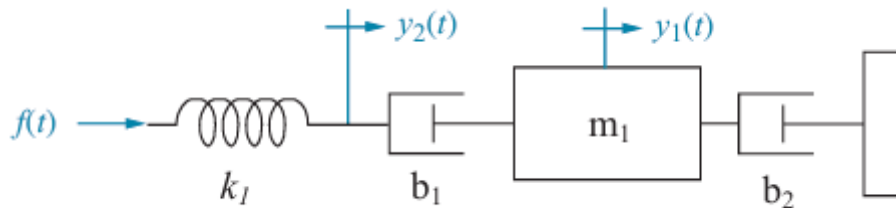
Modelo Caixa-Branca

- **Exemplo 1:** circuito com AmpOp e com todos os parâmetros conhecidos.



Modelo Caixa-Branca

- **Exemplo 2:** sistema mecânico com todos os parâmetros conhecidos.



$$\begin{cases} f(t) = -k_1(y_2(t) - y_3(t)) \\ f(t) = b_1(\dot{y}_2(t) + \dot{y}_1(t)) \\ m_1\ddot{y}_1(t) + (b_1 + b_2)\dot{y}_1(t) = b_1\dot{y}_2(t) \end{cases}$$

$$\therefore Y_2(s) = \frac{m_1s + b_1 + b_2}{b_1s(m_1s + b_2)} F(s)$$



Modelo Caixa-Cinza

Modelo Caixa-Cinza

- **Modelo caixa-cinza**: modelagem que combina o equacionamento físico de fenômenos com a teoria de identificação de sistemas.
- Na prática, faz-se o equacionamento e os parâmetros desconhecidos são obtidos a partir de análise de dados.
- Outra aplicação prática é substituir parâmetros de difícil medição por constantes que podem ser obtidas experimentalmente.

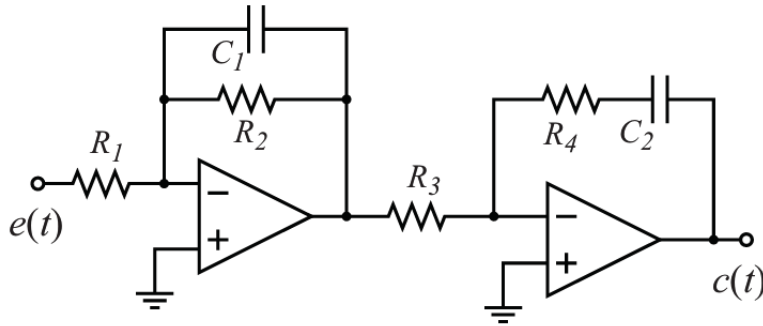
Modelo Caixa-Cinza

- **Processo de modelagem:**

- Equacionamento físico do processo;
- Obtenção do modelo (função de transferência, espaço de estados, etc.);
- Verificação dos parâmetros a serem obtidos experimentalmente;
- Obtenção dos parâmetros do processo seguindo a teoria de **identificação de sistemas**;
- Simulação do sistema e comparação da simulação com o modelo;
- Experimento para comprovação de funcionamento.

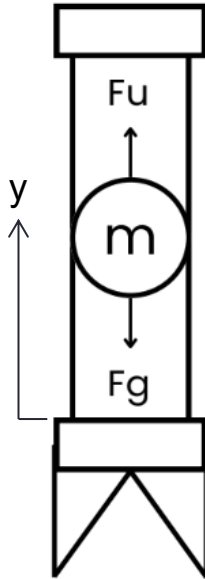
Modelo Caixa-Cinza

- **Exemplo 1:** circuito com AmpOp e com alguns parâmetros desconhecidos.



Modelo Caixa-Cinza

- **Exemplo 2:** sistema de nível.



$$m\ddot{y}(t) = F_u(t) - F_g(t)$$

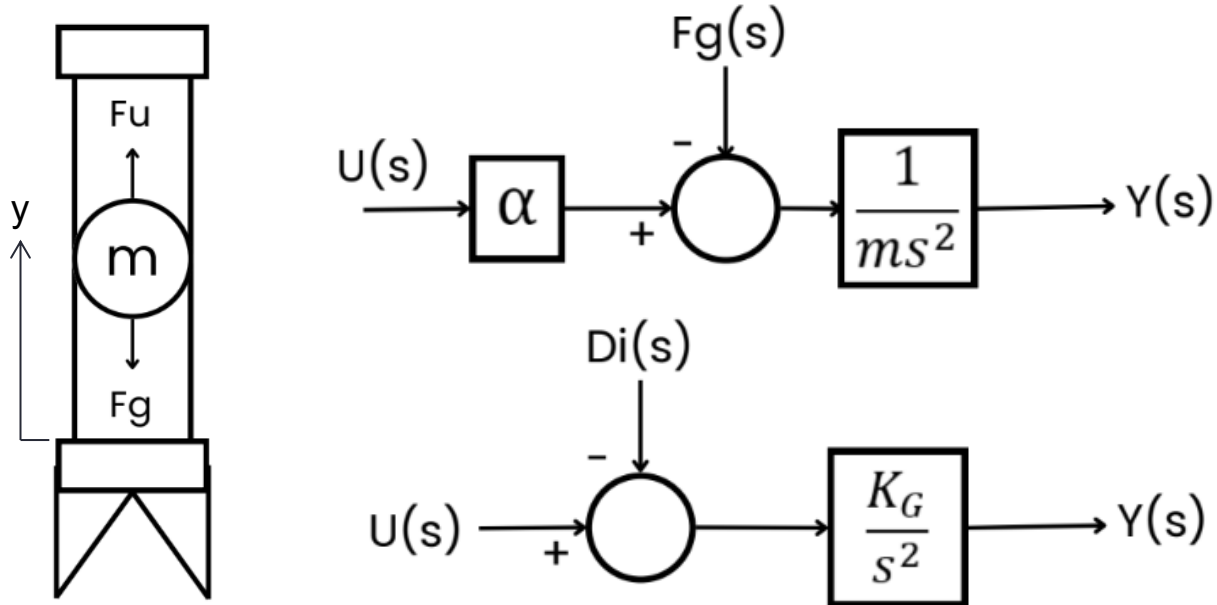
Considerando que $F_u(t) = \alpha u(t)$

$$Y(s) = \frac{\alpha}{ms^2} \left(U(s) - \frac{F_g(s)}{\alpha} \right)$$

$$Y(s) = \frac{K_G}{s^2} (U(s) - D_i(s))$$

Modelo Caixa-Cinza

- Exemplo 2: sistema de nível.





Validação do Modelo Matemático

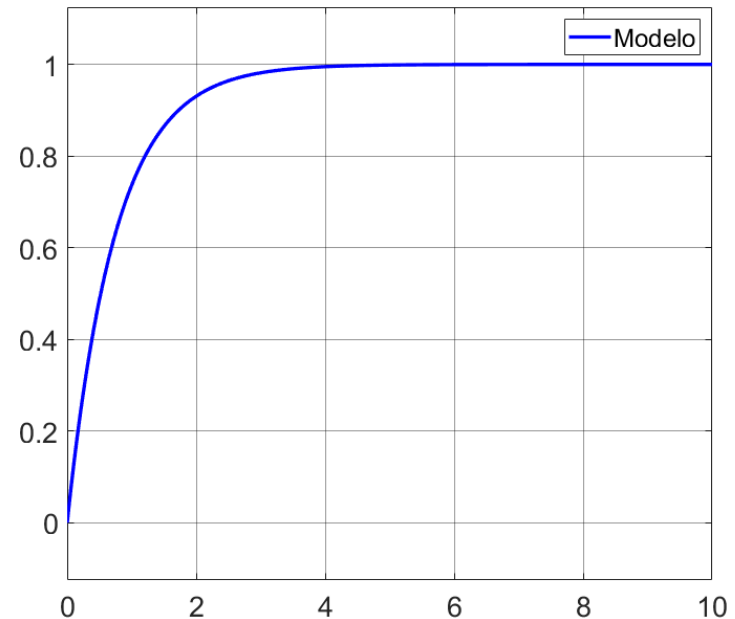
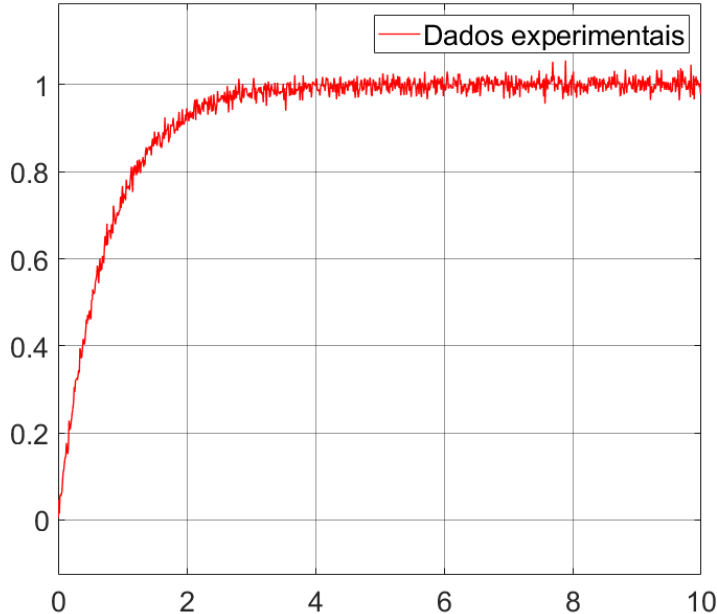


Validação do Modelo Matemático

- **Processo de validação:**
 - Obtenção do modelo matemático;
 - Análise do comportamento do modelo em ambiente de simulação;
 - Comparação de resultados em ambiente de simulação;
 - Comparação de resultados com dados experimentais;
 - Experimento para comprovação de funcionamento.

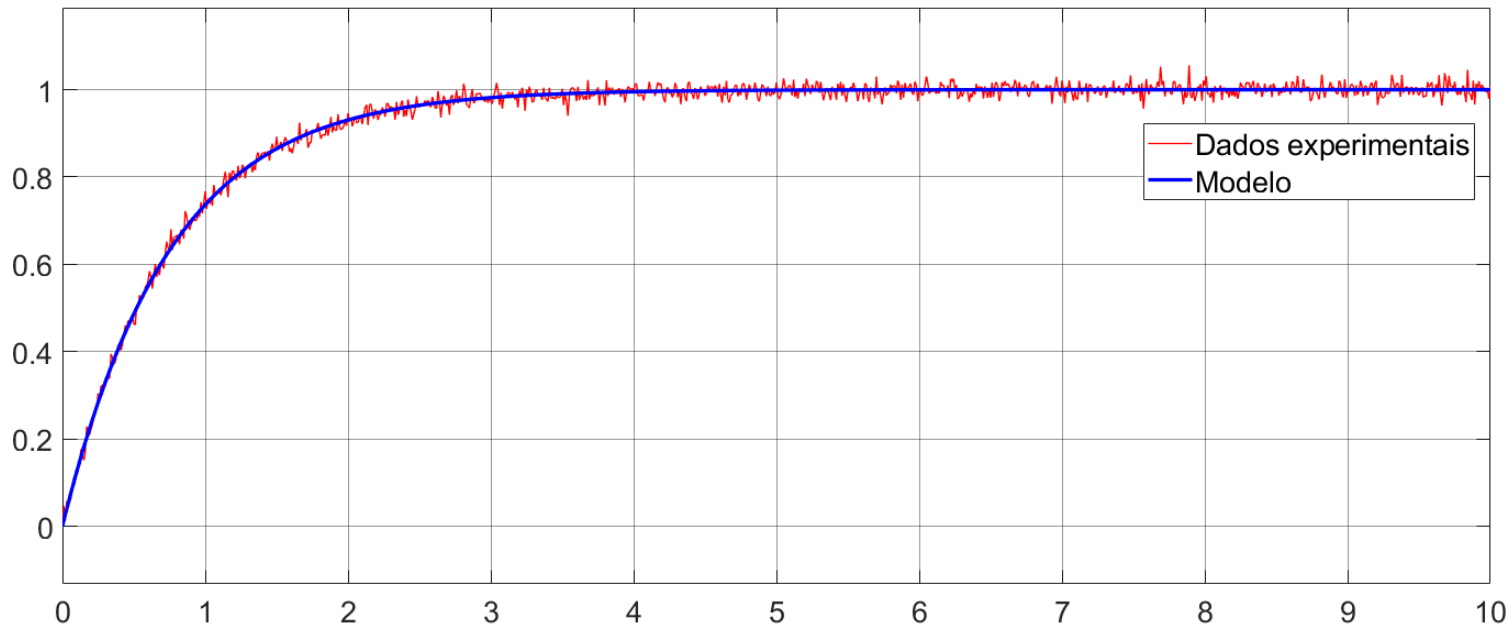
Validação do Modelo Matemático

Exemplo 1:



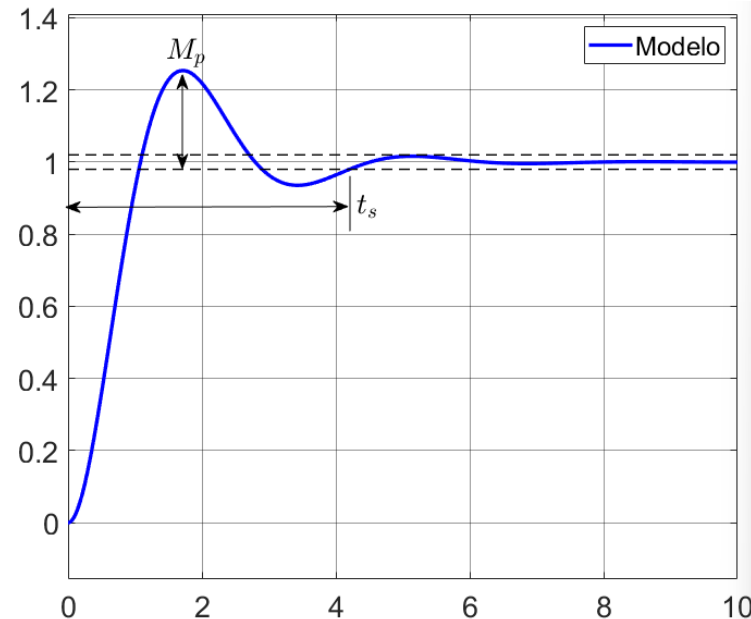
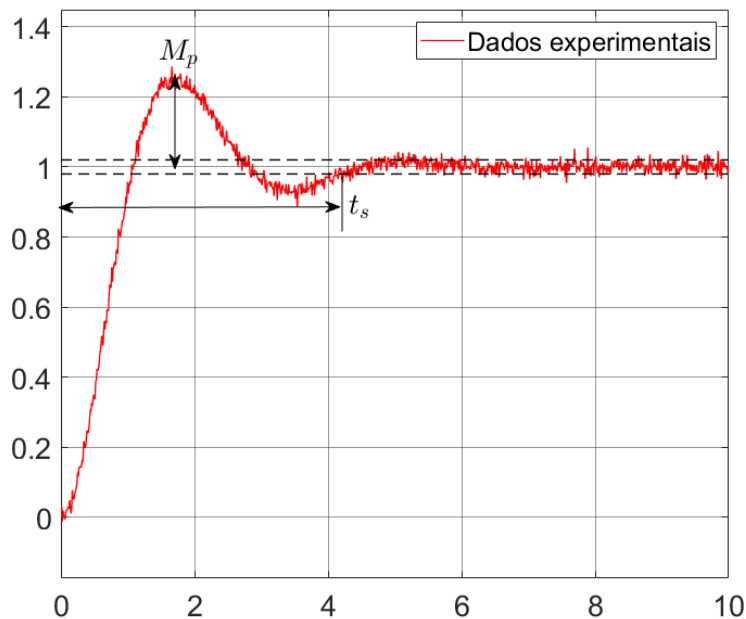
Validação do Modelo Matemático

Exemplo 1:



Validação do Modelo Matemático

Exemplo 2:



Suporte ao Aluno

e-mail:

- lucas.gplimac@ufpe.br