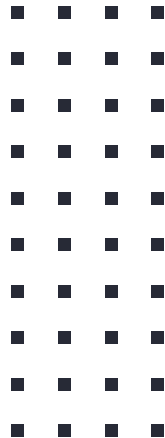


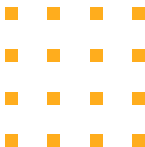


# **Prática 04**

## **Sintonia de Controladores PID pelo Método de Ziegler-Nichols**



**Disciplina:** Laboratório de Engenharia de Controle  
**Professor:** Rafael Cavalcanti Neto



# Objetivos

- Escolher o método de Ziegler-Nichols pelo ensaio da planta
- Sintonizar um PID para um cilindro hidráulico
- Sintonizar um PI para o aquecimento de uma casa
- Fazer a sintonia fina de  $K_p$ ,  $T_i$  e  $T_d$
- Comparar controle PID e *on-off*



# Controlador PID

- Nos dois modelos o controlador é um bloco PID na **forma ideal**:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad N = 100 \text{ (filtro derivativo)}$$

- Ação P:** reduz o erro e acelera a resposta; em excesso, aumenta o sobressinal.
- Ação I:** elimina o erro em regime para entradas constantes;  $T_i$  pequeno = integral forte.
- Ação D:** antecipa a frenagem e aumenta o amortecimento.
- Foi incluída uma chave para aplicar um degrau em **malha aberta** direto no atuador, usada nos ensaios.

# Regras de Ziegler-Nichols

- **1º método (curva de reação):** resposta em “S” com valor final; mede-se  $K$ ,  $L$  e  $T$ .

| Tipo | $K_p$     | $T_i$    | $T_d$  |
|------|-----------|----------|--------|
| P    | $T/L$     | $\infty$ | 0      |
| PI   | $0,9 T/L$ | $L/0,3$  | 0      |
| PID  | $1,2 T/L$ | $2L$     | $0,5L$ |

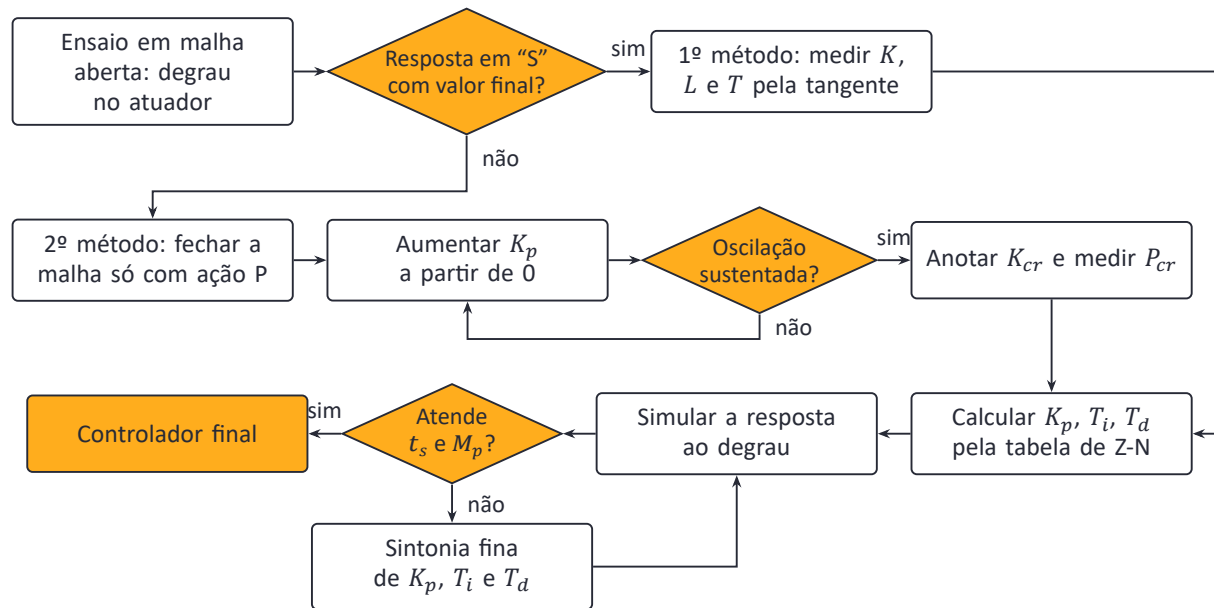
Para planta com ganho  $K \neq 1$ , divide-se  $K_p$  por  $K$ .

- **2º método (ganho crítico):** só P, aumenta-se  $K_p$  até a oscilação sustentada; mede-se  $K_{cr}$  e  $P_{cr}$ .

| Tipo | $K_p$        | $T_i$        | $T_d$         |
|------|--------------|--------------|---------------|
| P    | $0,5K_{cr}$  | $\infty$     | 0             |
| PI   | $0,45K_{cr}$ | $P_{cr}/1,2$ | 0             |
| PID  | $0,6K_{cr}$  | $0,5P_{cr}$  | $0,125P_{cr}$ |

- As regras visam uma **razão de decaimento de 1/4** ( $\approx 25\%$  de sobressinal): são um ponto de partida, não o projeto final.

# Fluxograma do Método





# Atividade 1

Posicionamento de um cilindro hidráulico

# O Sistema

- Válvula direcional comanda um cilindro hidráulico com carga mola-amortecedor.
- Referência de 0 a 5 V = curso inteiro do cilindro (0 a 100 mm).
- **Critérios:**  $t_s < 2 \text{ s}$  e  $M_p \leq 4\%$ .
- Malha montada dentro do bloco *Atuador*:

$$e = r - 0,05 y \text{ (V)} \quad V_i = C(s) e$$

- Degrau de 2,5 V  $\rightarrow$  3,0 V em  $t = 0,1 \text{ s}$ , ou seja, de 50 para 60 mm.

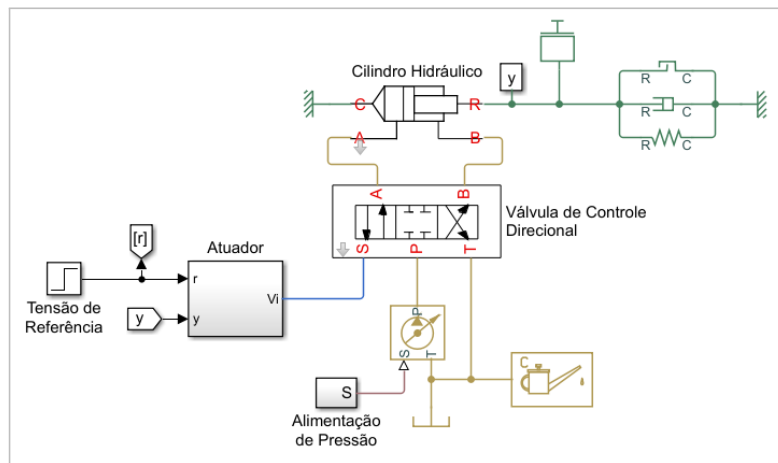
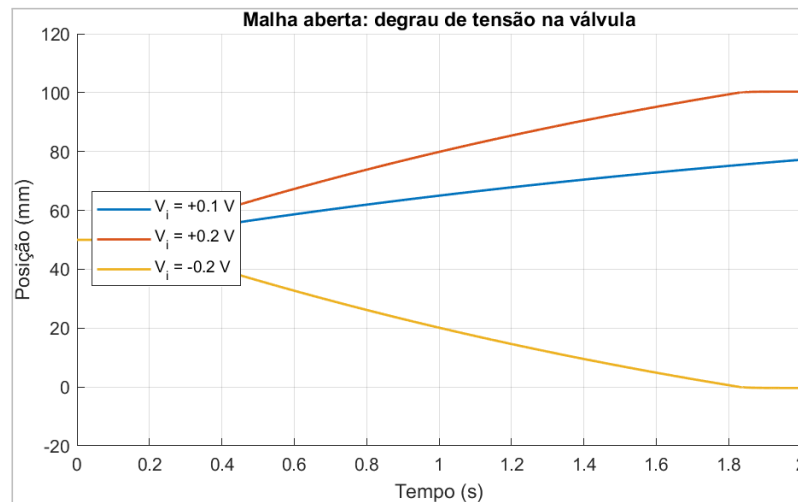


Figura 1 – Modelo Pratica4\_Atividade1 (roteiro).

# Item 1: Escolha do Método

- Degrau de tensão direto na válvula, em malha aberta: a posição cresce **em rampa** ( $\approx 17,3 \text{ mm/s}$  por  $0,1 \text{ V}$ ) até o fim de curso.
- A válvula impõe vazão, e a vazão integra em posição: a planta tem um **integrador**.
- Sem “S” e sem valor final: não dá para medir  $K$ ,  $L$ ,  $T$  — o 1º método **não se aplica**.
- **2º método:** integrador + dinâmica da válvula ficam marginalmente estáveis para um ganho  $P$  finito.

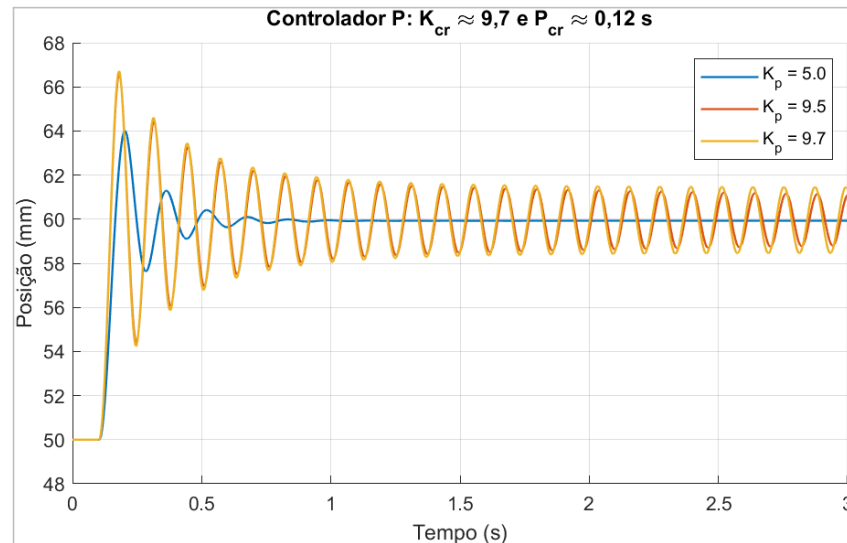


# Busca do Ganho Crítico

- $T_i = \infty, T_d = 0$ ; aumentar  $K_p$  até a oscilação ter amplitude constante.

| $K_p$ | Comportamento               |
|-------|-----------------------------|
| 5,0   | oscilação amortecida        |
| 9,5   | decai lentamente            |
| 9,7   | <b>oscilação sustentada</b> |

$$K_{cr} \approx 9,7 \quad P_{cr} \approx 0,12 \text{ s}$$



# PID pela Tabela de Ziegler-Nichols

- Tabela do 2º método, linha do PID:

$$K_p = 0,6 K_{cr} = 5,82 \quad T_i = 0,5 P_{cr} = 0,06 \text{ s} \quad T_d = 0,125 P_{cr} = 0,015 \text{ s}$$

- Resposta ao degrau de 2,5 V → 3,0 V:
  - $t_s = 0,43 \text{ s}$  — atende ( $< 2 \text{ s}$ );
  - **sobressinal de 69,8%** — muito acima dos 4% pedidos.
- **Conclusão:** o controlador de Z-N é estável e rápido, mas agressivo demais. É preciso sintonia fina.

## Item 3: Sintonia Fina

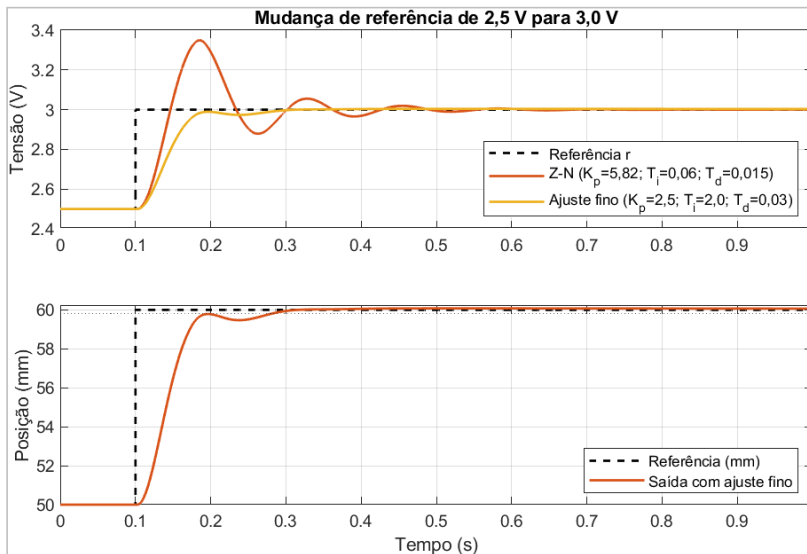
| Etapa            | $K_p$      | $T_i$ (s)  | $T_d$ (s)   | $M_p$ (%)  | $t_s$ (s)   |
|------------------|------------|------------|-------------|------------|-------------|
| Z-N              | 5,82       | 0,06       | 0,015       | 69,8       | 0,43        |
| $\uparrow T_i$   | 5,82       | 0,5        | 0,015       | 33,5       | 0,45        |
| $\uparrow T_i$   | 5,82       | 2,0        | 0,015       | 29,8       | 0,32        |
| $\downarrow K_p$ | 3,0        | 2,0        | 0,015       | 10,3       | 0,15        |
| $\downarrow K_p$ | 2,5        | 2,0        | 0,015       | 6,2        | 0,16        |
| $\uparrow T_d$   | <b>2,5</b> | <b>2,0</b> | <b>0,03</b> | <b>0,8</b> | <b>0,18</b> |

- Ordem: primeiro enfraquecer o **integral**, depois reduzir o **ganho** e por fim reforçar o **derivativo**.
- **Controlador final:**  $K_p = 2,5$ ,  $T_i = 2,0$  s,  $T_d = 0,03$  s.

# Estratégia de Sintonia Fina

1.  **$T_i$  — enfraquecer o integral:** a planta já integra, então a malha é do tipo 1 mesmo sem I. O integral do controlador cria um 2º integrador que quase só acrescenta sobressinal:  $T_i$  de 0,06 s para 2 s.
  - Não foi removido: a mola e o amortecedor exigem força em regime e, com P puro, sobra  $\approx 0,08$  mm de erro.
2.  **$K_p$  — reduzir o ganho:** com o integral fraco, o sobressinal restante vem do ganho alto; os polos se aproximam do eixo real.
3.  **$T_d$  — mais amortecimento:** dobrar  $T_d$  antecipa a frenagem do cilindro e leva o sobressinal abaixo de 1%.

## Item 4: Referência × Saída



| Critério       | Exigido    | Obtido        |
|----------------|------------|---------------|
| $t_s$ (2%)     | $< 2$ s    | <b>0,18 s</b> |
| $M_p$          | $\leq 4\%$ | <b>0,8%</b>   |
| Erro em regime | —          | $\approx 0$   |

- A saída acompanha a referência sem oscilação visível e assenta em menos de 0,2 s.
- Posição final: 60,00 mm.

## Item 5: Conclusões da Atividade 1

- O ensaio em malha aberta **define o método**: planta com integrador não produz a curva em “S”, logo ganho crítico.
- A tabela de Z-N deu um controlador estável e rápido, mas muito agressivo ( $M_p \approx 70\%$ ) — esperado, pois as regras visam decaimento de  $1/4$ .
- O conhecimento da planta guiou a sintonia fina: como ela já integra, o I deve ser fraco;  $K_p$  e  $T_d$  controlam o sobressinal.
- O controlador final atende com folga:  $t_s = 0,18$  s e  $M_p = 0,8\%$ .



# Atividade 2

Aquecimento de uma residência

# O Sistema

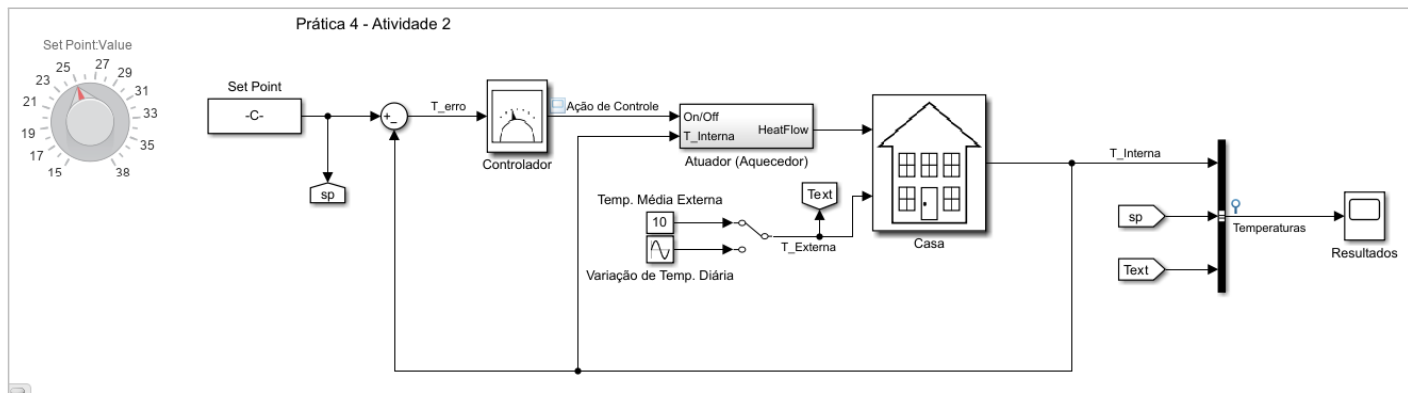


Figura 2 – Modelo Pratica4\_Atividade2 (roteiro).

- **Critérios:** (i) caso 1,  $T_{ext} = 10\text{ °C}$  constante: chegar a  $25\text{ °C}$  em no máximo 2 h; (ii) sobressinal  $\leq 2\text{ °C}$ ; (iii) caso 2,  $T_{ext}$  variando:  $T_{int}$  não pode variar mais que  $2\text{ °C}$ .
- Referência em malha fechada:  $25\text{ °C}$ .

# Observações sobre o Modelo

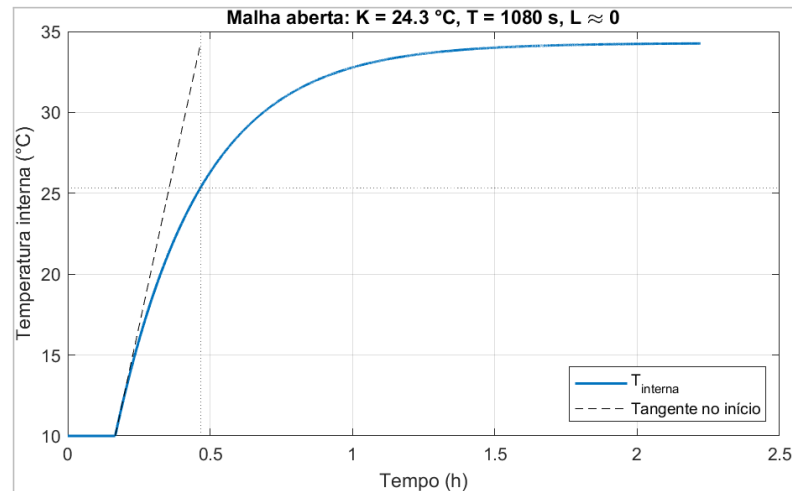
- Parâmetros da casa no *script sldemo\_househeat\_data* (exemplo *Thermal Model of a House*, tempo em segundos), copiado para a pasta do modelo.
- O controlador gera um *duty cycle* (0 a 1); o *PWM Generator* o converte em liga/desliga.
- **PWM:** 100 Hz exigiria passo de 10 ms ( $\approx 45$  min por simulação). A frequência virou a variável  $F_{sw\_pwm} = 0,1$  Hz (período de 10 s  $\ll 1080$  s).
  - Numa comparação de 600 s, as duas frequências diferem menos de 0,03 °C.
- Foram acrescentados o degrau de malha aberta e um relé *on-off*, selecionados por variáveis.

# Item 1: Escolha do Método

- **2º método não se aplica:** só com P, nem  $K_p = 1000$  leva à oscilação. Planta de 1ª ordem: o lugar das raízes nunca cruza o eixo imaginário, não existe  $K_{cr}$ .
- **1º método se aplica:** planta estável, sem integrador. Aquecedor em 100% a partir de 10 °C:

$$K \approx 24,3 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad T \approx 1080 \text{ s} \quad L \approx 0$$

- Com  $L \rightarrow 0$  a tabela daria ganho infinito: adotou-se  $L = 5 \text{ s}$  (meio período do PWM).



# PI pela Tabela de Ziegler-Nichols

- Escolhido um **PI**: a ação D não ajuda numa planta de 1ª ordem lenta e derivaria a ondulação do PWM.

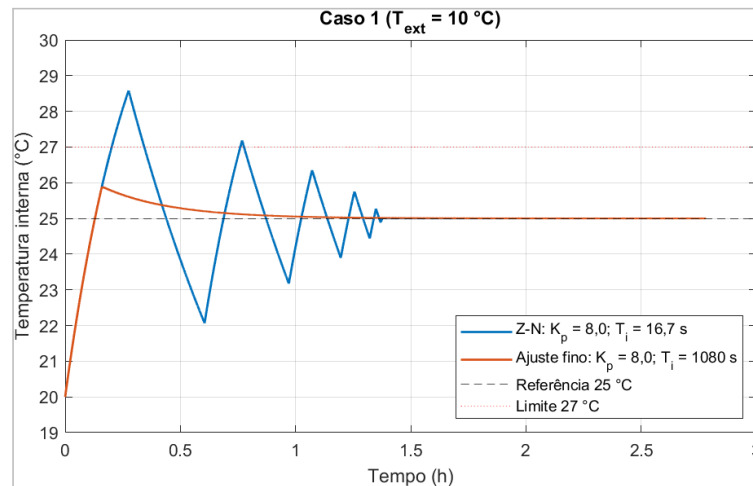
$$K_p = 0,9 \frac{T}{L K} = 0,9 \cdot \frac{1080}{5 \cdot 24,3} \approx 8,0 \quad T_i = \frac{L}{0,3} \approx 16,7 \text{ s}$$

- Caso 1: a casa chega a 25 °C em 466 s, mas com **sobressinal de 3,6 °C** e várias oscilações.
- Não atende ao limite de 2 °C: é preciso sintonia fina.

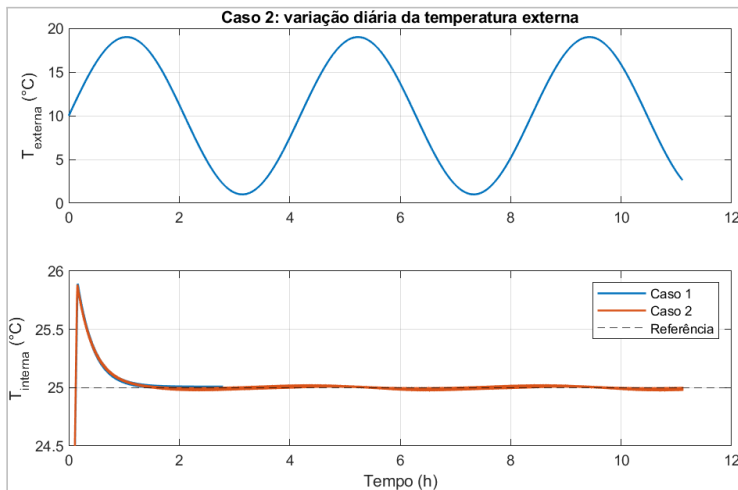
## Item 3: Sintonia Fina — Windup

| Etapas         | $T_i$ (s)   | Até 25 °C    | $M_p$         |
|----------------|-------------|--------------|---------------|
| Z-N (PI)       | 16,7        | 466 s        | 3,6 °C        |
| $\uparrow T_i$ | 200         | 466 s        | 2,7 °C        |
| $\uparrow T_i$ | <b>1080</b> | <b>466 s</b> | <b>0,9 °C</b> |

- **Causa:** *windup*. O *duty cycle* satura em 1 no aquecimento e o integral acumula muito; em 25 °C o aquecedor segue ligado até descarregar.
- **Correção:**  $T_i = T = 1080$  s — o zero do PI cancela o polo da casa.
- $K_p = 8$  mantido (a saturação domina);  $T_d = 0$ .



## Item 4: Caso 1 × Caso 2



| Critério                | Exigido     | Obtido        |
|-------------------------|-------------|---------------|
| (i) até 25 °C           | $\leq 2$ h  | 466 s         |
| (ii) sobressinal        | $\leq 2$ °C | 0,9 °C        |
| (iii) variação (caso 2) | $\leq 2$ °C | $\pm 0,03$ °C |

- **Caso 1:** após o transitório, exatamente 25 °C.
- **Caso 2:**  $T_{\text{ext}}$  entre 1 e 19 °C;  $T_{\text{int}}$  oscila em torno de 25 °C com erro de  $\pm 0,03$  °C.
- O *duty cycle* acompanha  $T_{\text{ext}}$ , entre 0,16 e 0,89.

## Por Que o Erro no Caso 2 Não É Nulo?

- A temperatura externa entra na malha como uma **perturbação senoidal**.
- A ação integral garante erro nulo só para perturbações **constantes**: o integrador é um **modelo interno** de sinais em degrau ( $1/s$ ).
- Para anular uma senoide de frequência  $\omega$ , o controlador precisaria de polos em  $\pm j\omega$  — o PI não tem.
- O erro fica pequeno ( $\pm 0,03$  °C) porque o ganho de malha na frequência da perturbação (período  $\approx 4,2$  h) é alto.
- Uma parcela mínima do erro vem da ondulação do PWM.

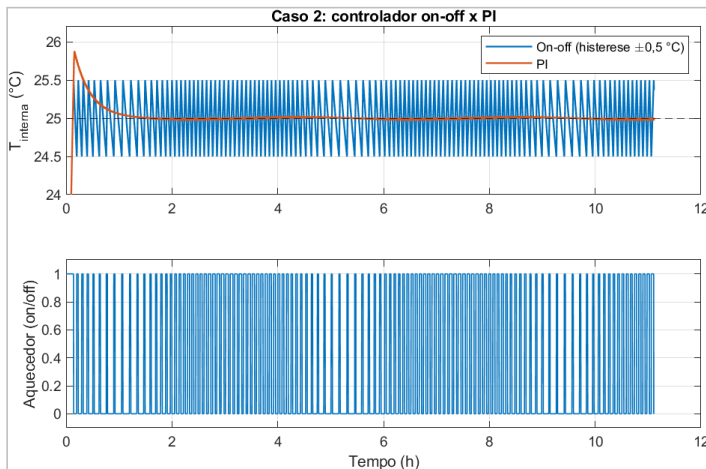
## Item 5: Controlador On-Off

- Relé com **histerese** no bloco *Controlador*, no lugar de PID + PWM:

$$u(t) = \begin{cases} 1 \text{ (liga),} & e(t) > +0,5 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0 \text{ (desliga),} & e(t) < -0,5 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ \text{mantém o estado,} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- O **intervalo diferencial** de  $\pm 0,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$  evita que o aquecedor comute continuamente em torno do *set point*.
- Não há ganhos a sintonizar: só a largura da histerese.

## Item 6: On-Off × PI



|                          | PI + PWM                   | On-off                    |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|
| Até $25^{\circ}\text{C}$ | 466 s                      | 465 s                     |
| Sobressinal              | $0,9^{\circ}\text{C}$      | $0,5^{\circ}\text{C}$     |
| Variação                 | $\pm 0,03^{\circ}\text{C}$ | $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$ |
| Ciclos em 11 h           | $\approx 4000$             | $\approx 115$             |

- Os dois atendem aos três critérios.
- PI:** temperatura quase constante, mas comuta muito (desgasta contadores).
- On-off:** simples e com poucas comutações; a temperatura faz dente de serra entre  $24,5$  e  $25,5^{\circ}\text{C}$ .

## Item 7: Conclusões da Atividade 2

- O ensaio inicial definiu o método: planta térmica de 1ª ordem não oscila com P, logo **1º método**.
- Com  $L \approx 0$ , Z-N gera ganho alto e  $T_i$  pequeno: *windup* e sobressinal. A sintonia fina levou  $T_i$  até a constante de tempo da planta.
- O PI zera o erro para  $T_{ext}$  constante, mas não para a variação senoidal — o resíduo ( $\pm 0,03$  °C) fica bem dentro do limite.
- O *on-off* também atende, com muito menos comutações e oscilação permanente de  $\pm 0,5$  °C: adequado a sistemas térmicos lentos, por isso termostatos residenciais o usam.

# Aluno

## e-mail:

- [luan.cesarn@ufpe.br](mailto:luan.cesarn@ufpe.br)