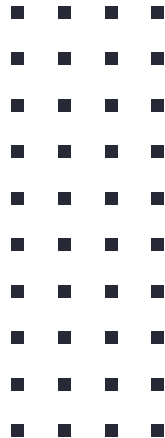


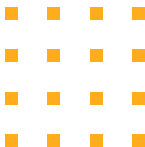


Prova 2024.2 – EE1

Resolução Comentada: Identificação e Projeto de Controladores



Disciplina: Laboratório de Engenharia de Controle
Professor: Rafael Cavalcanti Neto



Objetivos

- Revisar a prova da 1ª unidade item a item
- Identificar uma planta térmica com a *System Identification*
- Projetar controladores por cancelamento de polos e zeros
- Validar no Simulink e analisar polos e zeros
- Evitar os erros mais comuns



Estrutura da Prova

- **Questão 1 (6,5 pt):** controle de temperatura de um trocador de calor.
- **Questão 2 (3,5 pt):** controle por modelo de referência de um circuito com AmpOps.
- **Atenção:** *scripts* e *.slx* na área de trabalho, em uma pasta com o nome da dupla. Sem isso, os itens a partir do **e** valem zero.

Q	Itens	Onde	Pts
1	a–d	papel	1,0
1	e–f	<i>System Id.</i> + papel	2,25
1	g–h	MATLAB + papel	2,25
1	i	Simulink	0,5
1	j	<i>script</i>	0,5
2	a–b	papel + Simulink	1,0
2	c	cancelamento	1,5
2	d–e	Simulink + papel	1,0

Os ensaios usados aqui são sintéticos (dados_simulados): o roteiro vale para os dados reais, só os números mudam.

Questão 1

Controle de temperatura de um trocador de calor

O Problema

- Controlar a temperatura da água aquecida por óleo quente em um trocador de calor.
- Entradas normalizadas: 0 = válvula fechada, 1 = aberta.
- **Ensaio 1:** degrau de 50% a 70% na **XV01**.
- **Ensaio 2:** degrau de 50% a 70% na **XV02**.
- **Medição:** 0–175 °C → 0–10 V, ordem zero.
- **Atuação:** 0–10 V → abertura 0–1, 1ª ordem com $\tau = 0,08$ s.

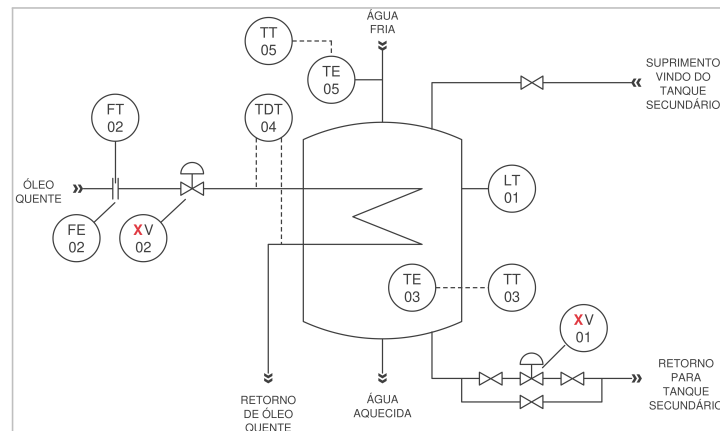


Figura 1 – P&I do trocador de calor.

Itens a e b: Medição e Atuação

- **a) Conjunto de medição:** ordem zero (sem armazenadores de energia), saída proporcional à faixa, sem *offset*:

$$H(s) = \frac{10 - 0}{175 - 0} = \frac{2}{35} \approx 0,0571 \text{ V/}^{\circ}\text{C}$$

- **b) Conjunto de atuação:** 1ª ordem com $\tau = 0,08 \text{ s}$; ganho pela razão das faixas (0 a 1 sobre 0 a 10 V):

$$G_a(s) = \frac{0,1}{0,08 s + 1}$$

Item c: Ganho Unitário em Malha Fechada

- FTMF com G_F entre a referência e o somador:

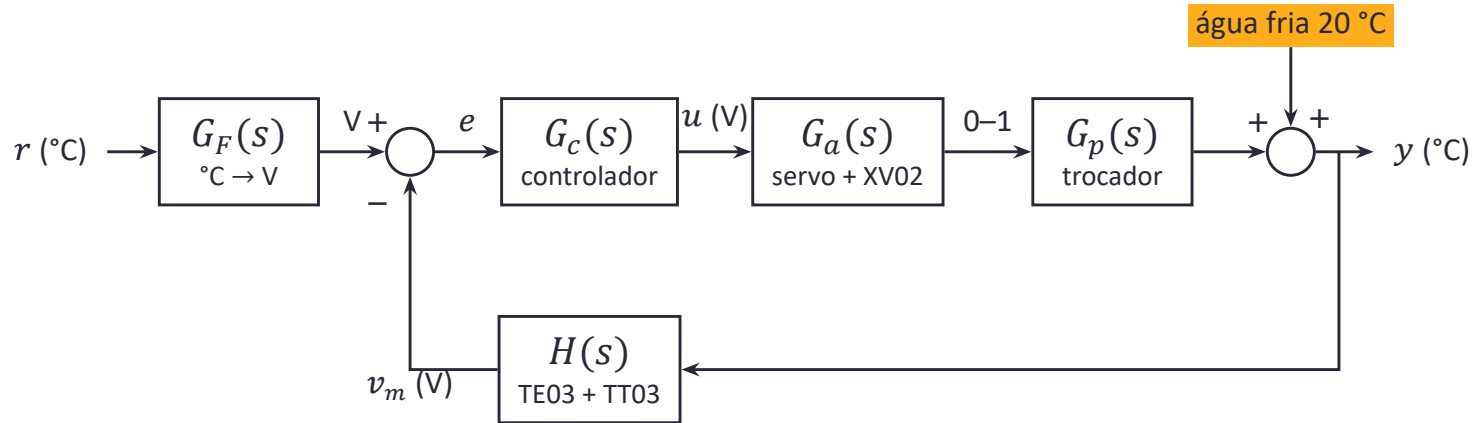
$$\frac{Y}{R} = G_F \frac{G_c G_a G_p}{1 + G_c G_a G_p H}$$

- Com controlador integral, $L(0) \rightarrow \infty$ e $\frac{Y}{R}(0) = \frac{G_F(0)}{H}$. Impondo 1:

$$G_F(0) = H = \frac{2}{35} \text{ V/}^\circ\text{C}$$

- **Interpretação:** a referência está em $^\circ\text{C}$ e o somador compara tensões; G_F converte a referência na mesma escala do transmissor.
- Na implementação: $G_F(s) = \frac{2/35}{10s + 1}$ — mesmo ganho DC, evita saturar o atuador.

Item d: Diagrama de Blocos



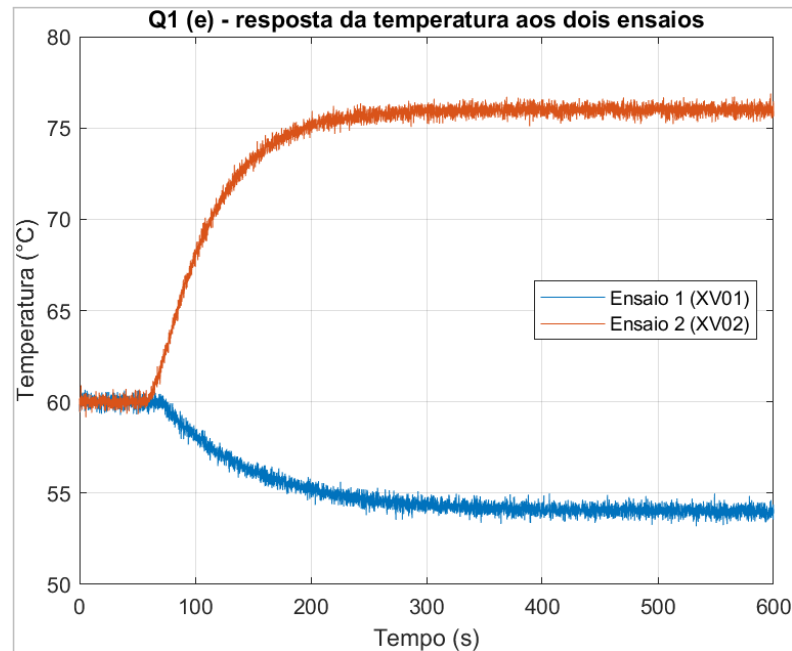
- A água fria entra como **distúrbio de saída**, somada à saída da planta.
- A válvula manipulada é a **XV02** (óleo quente): ela regula o calor entregue à água.

Item e: Qual Ensaio Usar?

- Ganho aparente $\Delta y / \Delta u$ (regime antes e depois do degrau em $t = 50$ s):

Ensaio	Ganho
1 (XV01)	-30,1 °C
2 (XV02)	+80,1 °C

- **Escolha: Ensaio 2.** A XV02 é o elemento final de controle; ganho positivo e 2,7 vezes maior (mais autoridade e melhor relação sinal/ruído).
- A XV01 esfria o tanque ao renovar a água: efeito indireto e acoplado ao nível.



Item e: Pré-Processamento

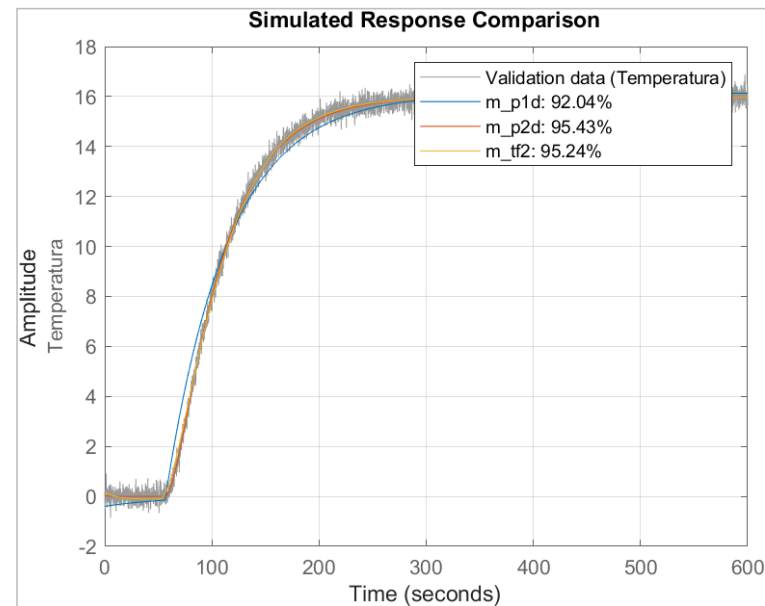
1. Conferir a **unidade** da saída (se estiver em V, multiplicar por 17,5);
2. Conferir a **amostragem uniforme** ($T_s = 0,1$ s) e reamostrar se preciso;
3. Retirar o **offset** com os valores **antes** do degrau ($u_0 = 0,5$; $y_0 = 60$ °C);
4. Criar o objeto *iddata*. Filtrar só se houver muito ruído (aqui $\sigma \approx 0,25$ °C).

```
k0 = find(abs(u - u(1)) > 0.5*abs(max(u) - min(u)), 1);    % instante do degrau
antes = t < t(k0);
u0 = mean(u(antes));  y0 = mean(y(antes));                % offset ANTES do degrau
dados = iddata(y - y0, u - u0, Ts, 'Tstart', t(1));
```

Item e: Estimação da Planta

```
m_p1d = procest(dados, 'P1D');  
m_p2d = procest(dados, 'P2D');  
m_tf2 = tfest(dados, 2, 0, NaN);  
compare(dados, m_p1d, m_p2d, m_tf2)
```

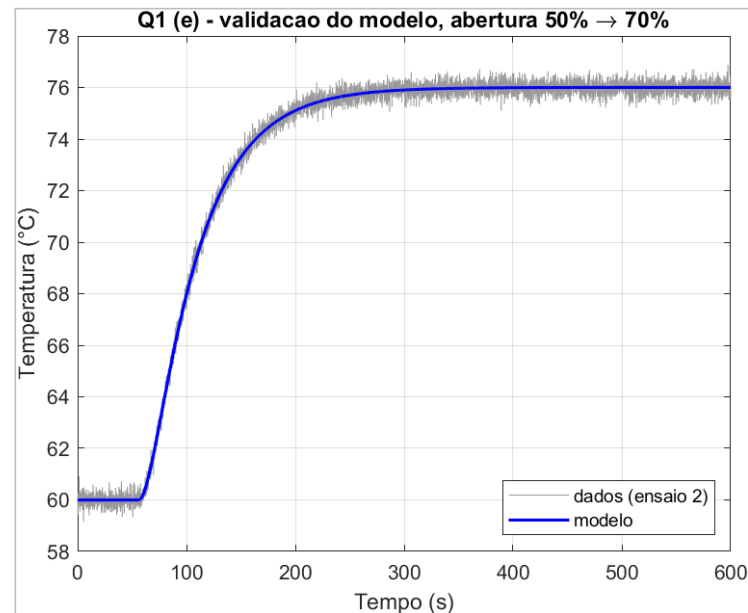
Estrutura	FIT	Decisão
P1D	92,04%	erra o "S" inicial
P2D	95,43%	escolhido
<i>tfest</i> 2p	95,24%	confirma a ordem



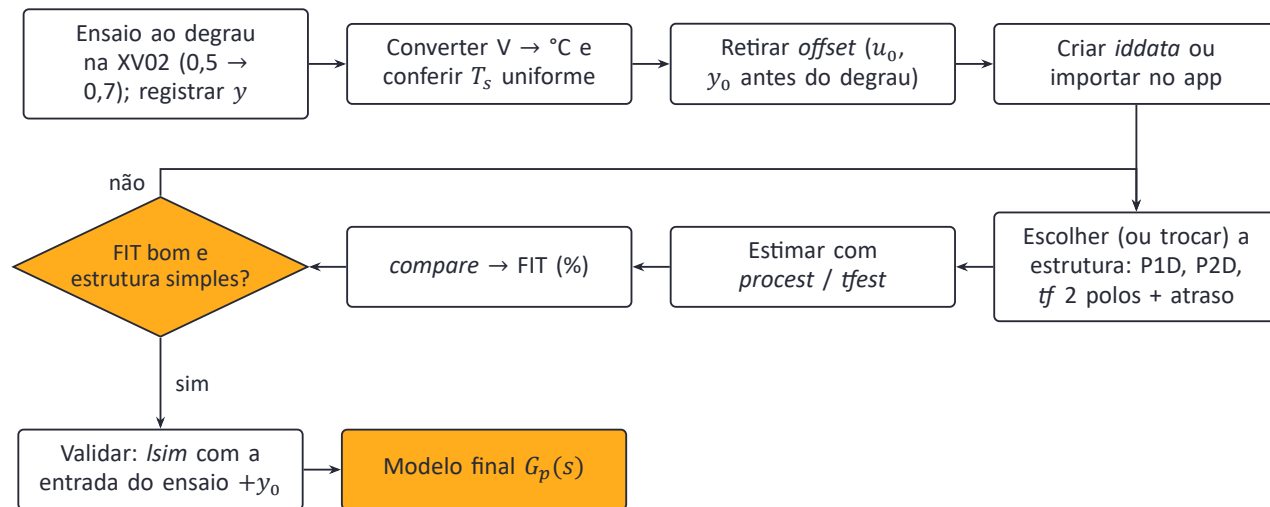
Item e: Modelo Final e Validação

$$G_p(s) = \frac{80,04 e^{-6,14s}}{(45,33s + 1)(11,54s + 1)}$$

- Ganho confere com $\Delta y / \Delta u \approx 79,8$.
- $20 + 0,5K = 60,02^\circ\text{C} \approx y_0$: coerente com a água fria como distúrbio de 20°C .
- **Figura 2:** plano em 60°C até $\approx 56\text{ s}$ (degrau + atraso), sobe em “S” e acomoda em 76°C , sem sobressinal.



Item f: Fluxograma da Identificação



Item g: Escolha da Estrutura de Controle

- **Método:** cancelamento de polos e zeros (modelo de referência), e não Ziegler-Nichols.
 1. ZN busca decaimento de $1/4$ ($\approx 25\%$ de sobressinal): viola o requisito iv;
 2. o cancelamento impõe FTMF de 1ª ordem, **sem sobressinal** por construção;
 3. o controlador resultante tem **integrador**: erro nulo e ganho DC unitário;
 4. a planta é estável e de fase mínima: os polos podem ser cancelados.
- **Requisitos:** ganho 1, erro nulo, $t_{s,5\%}$ entre 75 e 85 s, sem sobressinal.

Item g: Cálculo do Controlador

- Planta vista pelo controlador: $G_o = G_a G_p H$, com $K_o = 0,1 \cdot \frac{2}{35} \cdot K = 0,4574$.
- Despreza-se o polo do atuador (0,08 s). O atraso **não** se cancela: entra no ganho.
- Modelo de referência $G_{mr} = 1/(\tau_{mf}s + 1)$ e fórmula da Aula 07:

$$G_c = \frac{N_{mr} D_o}{N_o (D_{mr} - N_{mr})} \Rightarrow G_c(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K_o (\tau_{mf} + \tau_d) s}$$

- Expandindo em PID:

$$K_P = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K_o (\tau_{mf} + \tau_d)} \quad K_I = \frac{1}{K_o (\tau_{mf} + \tau_d)} \quad K_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{K_o (\tau_{mf} + \tau_d)}$$

- 1ª estimativa: $t_s \approx \tau_d + 3\tau_{mf} \Rightarrow \tau_{mf} \approx 24,6$ s.

Item g: Ajuste Fino de τ_{mf}

```
projeta = @(tau_mf) pid((t1+t2)/(Ko*(tau_mf+td)), ...  
                        1/(Ko*(tau_mf+td)), ...  
                        t1*t2/(Ko*(tau_mf+td)), Tf);  
ts_mf = @(x) stepinfo(GF*feedback(projeta(x)*Ga*Gp, H), ...  
    'SettlingTimeThreshold', 0.05).SettlingTime;  
tau_mf = fzero(@(x) ts_mf(x) - 80, [3 30]);
```

- O MATLAB acha o τ_{mf} exato com a malha completa (atuador, filtro derivativo e atraso).

Parâmetro	Valor
K_P	4,669
K_I	$0,0821 \text{ s}^{-1}$
K_D	42,96 s
N	$0,87 \text{ s}^{-1}$
τ_{mf} / τ_r	20,49 s / 10 s

- $t_{s,5\%} = 80 \text{ s}$, sobressinal 0,01%, ganho DC 1,0000.

Item g: Demonstração do Erro Nulo

- Com $G_F(0) = H$, o erro é $E(s) = \frac{1}{1 + L(s)} R(s)$, com $L = G_c G_a G_p H$.
- G_c tem um polo em $s = 0$: $L(s) = \bar{L}(s)/s$, com $\bar{L}(0) = K_o K_I \neq 0$.
- Para um degrau $R(s) = \Delta r/s$, pelo teorema do valor final:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + \bar{L}(s)/s} \cdot \frac{\Delta r}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \Delta r}{s + \bar{L}(s)} = \boxed{0}$$

- O mesmo vale para o distúrbio constante da água fria ($D_o = 20/s$): sistema do **tipo 1**.

Item g: Saturação e Filtro de Referência

- Depois de projetar, **sempre** simular com as saturações (0–10 V no controlador, 0–1 na válvula) e olhar $u(t)$.

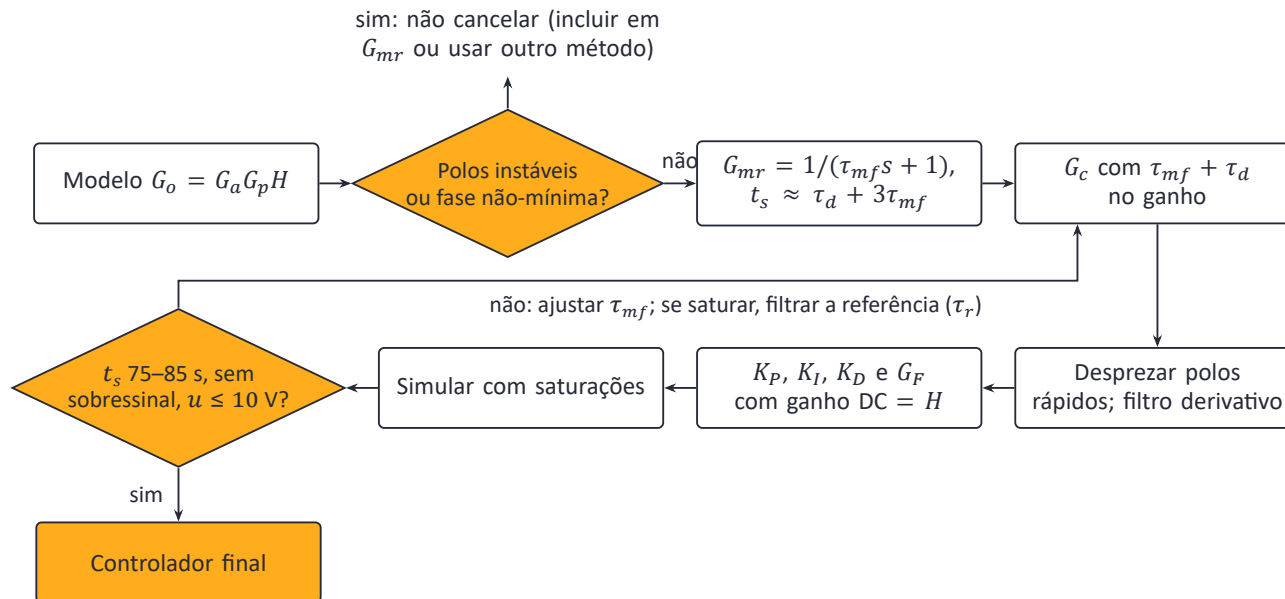
Tentativa	G_F	Resultado no Simulink	Atende?
1	H (ganho puro)	u satura em 10 V (o derivativo pede centenas de volts); sobressinal 2,9%, $t_s = 68$ s	não
2	PI ou D só na medição	sobressinal de 5%	não
3	$H/(10s + 1)$	$t_s = 80$ s, sem sobressinal, $u_{max} = 9,5$ V	sim

τ_r (s)	0	4	8	10	15
τ_{mf} (s)	24,87	23,44	21,65	20,49	16,56
u_{max} (V)	53,88	13,53	10,10	9,51	8,94

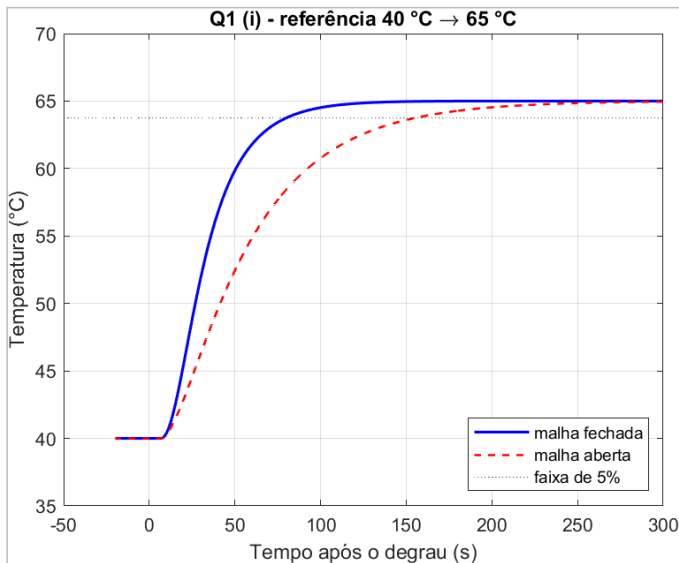
Varredura de τ_r com τ_{mf} reajustado para $t_s = 80$ s (degrau de 40 para 65 °C).

Item h: Estratégia de Projeto

- Define-se G_{mr} pelos requisitos e calcula-se o controlador que cancela os polos estáveis da planta: o laço fica $1/(\tau s)$ e a malha fechada vira G_{mr} .



Item i: Malha Aberta × Malha Fechada



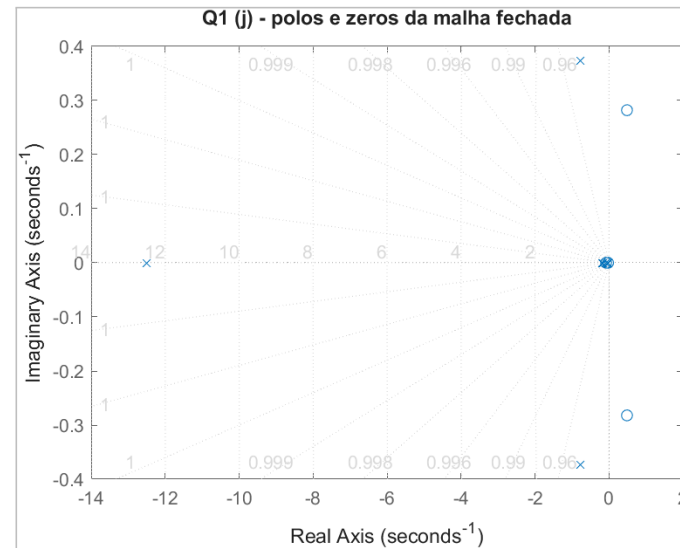
	Malha aberta	Malha fechada
$t_{s,5\%}$	155 s	80 s
Erro em regime	depende de K	nulo
Água fria +1 °C	saída +1 °C	rejeitado
Variação de parâmetros	sem correção	sensibilidade reduzida

- Degrau de referência de 40 °C para 65 °C em $t_0 = 400$ s, com as duas malhas já em regime.
- **Figura 3:** 30 s/DIV; 40,0 → 51,9 (30 s) → 61,8 (60 s) → 64,5 °C (100 s).
- u em regime: 2,50 V → 5,62 V; pico de 9,50 V.

Item j: Polos e Zeros da Malha Fechada

```
[np, dp] = pade(td, 2); % atraso -> Pade
Gp_pade = K/((t1*s+1)*(t2*s+1))*tf(np, dp);
T = minreal(GF*feedback(Gc*Ga*Gp_pade, H));
pzmap(T); grid on
estavel = all(real(pole(T)) < 0)
```

- Polos: $-12,5$; $-0,78 \pm 0,37j$; $-0,17$; $-0,16$; $-0,10$; $-0,044$; $-0,0225$.
- Zeros de Padé em $+0,49 \pm 0,28j$ e zeros em $-0,076$ e $-0,0223$.
- **Estável:** todos os polos com parte real negativa. Zeros no SPD não afetam a estabilidade.



Questão 1: Erros Comuns

- Esquecer a **pasta da dupla** na área de trabalho: zera os itens a partir do e.
- Retirar o *offset* pela média do registro inteiro em vez do valor **antes do degrau**.
- Tentar **cancelar o atraso**: ele entra no ganho do controlador ($\tau_{mf} + \tau_d$).
- Projetar no papel e **não olhar** $u(t)$: o derivativo satura o atuador e cria sobressinal.
- Pôr a água fria fora do lugar: o enunciado pede **distúrbio de saída**.
- Usar *pzmap* com atraso sem Padé, ou concluir “instável” por causa dos **zeros** no SPD.



Questão 2

Controle por modelo de referência de um circuito com AmpOps



Item a: Função de Transferência (Caixa-Branca)

Estágio	Componentes	Tipo
1	$R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ na entrada; $R_2 = 30 \text{ k}\Omega \parallel C_2 = 10 \text{ }\mu\text{F}$ na realimentação	inversor com polo
2	$R_3 = R_4 = 1 \text{ M}\Omega$	inversor de ganho -1

- AmpOp ideal: $v_- = v_+ = 0$, condições iniciais nulas.

- Um capacitor $\Rightarrow$ planta de **1ª ordem**.

$$\frac{V_w}{V_i} = -\frac{R_2/R_1}{R_2C_2s + 1} \quad \frac{V_o}{V_w} = -\frac{R_4}{R_3}$$

$$G_p(s) = \frac{R_2R_4}{R_1R_3} \cdot \frac{1}{R_2C_2s + 1} = \frac{1,5}{0,3s + 1}$$

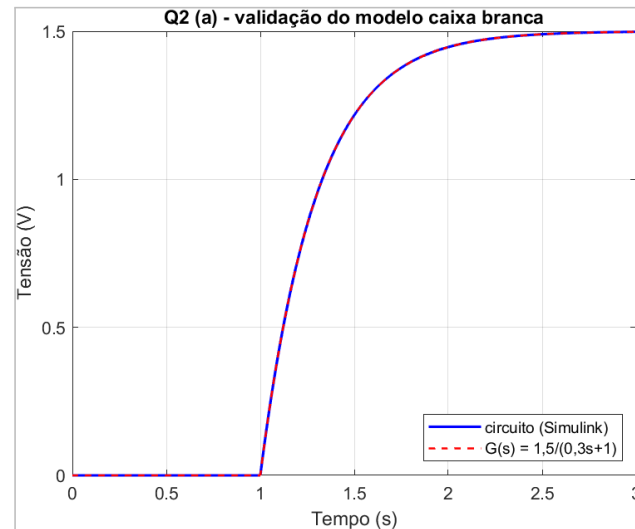
- $K = 1,5 > 0$: são **dois** inversores.
- $\tau_p = R_2C_2 = 0,3 \text{ s}$.
- Validação no Simulink: 63,2% exatamente em τ_p após o degrau; erro máximo ≈ 0 .

Item b: Modelo de Referência

Requisito	Consequência
sobressinal nulo	polo real: 1ª ordem
grau relativo $\geq$ planta (1)	controlador próprio
$t_{s,5\%} < 0,4 \text{ s}$	$3\tau < 0,4 \Rightarrow \tau = 0,1 \text{ s}$
ganho 2	numerador 2

$$G_{mr}(s) = \frac{2}{0,1s + 1}$$

- $t_s = 0,30 \text{ s}$, sobressinal 0%, ganho 2.



Validação do modelo caixa-branca (item a).

Item c: Aplicação Direta (Opção A)

- Fórmula da Aula 07 com $N_{mr} = 2$, $D_{mr} = 0,1s + 1$, $N_o = 1,5$, $D_o = 0,3s + 1$:

$$G_c = \frac{2(0,3s + 1)}{1,5(0,1s + 1 - 2)} = \boxed{\frac{4s + 13,33}{s - 10}}$$

- Verificação: $L = G_c G_p = \frac{2}{0,1s - 1} \Rightarrow \frac{L}{1 + L} = \frac{2}{0,1s + 1} = G_{mr}$.
- **Problema:** com ganho 2, $D_{mr}(0) - N_{mr}(0) = -1$:
 - não há polo na origem (**sem integrador**);
 - o controlador tem um **polo instável** em $s = +10$.

Item c: Pré-Filtro + PI (Opção B)

- Pré-filtro $G_F = 2$ na referência e malha projetada para ganho 1, com $G'_{mr} = 1/(0,1s + 1)$:

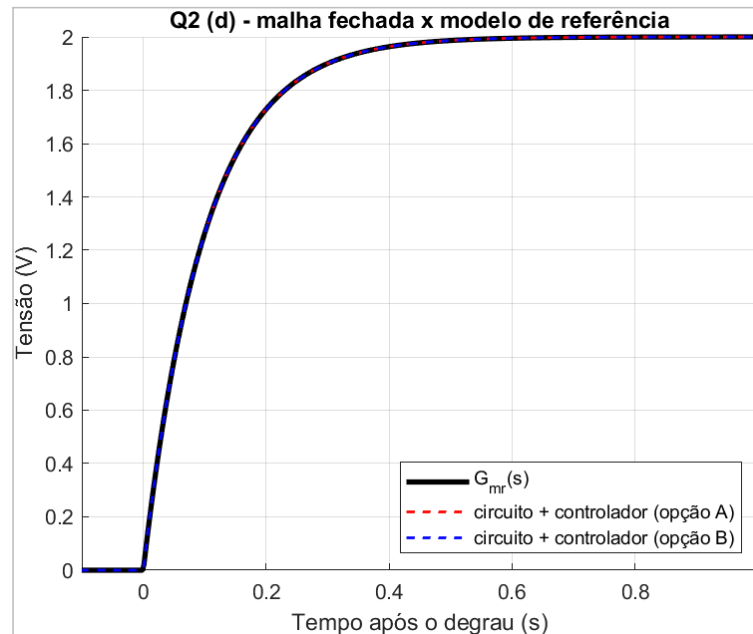
$$G_c(s) = \frac{0,3s + 1}{1,5 \cdot 0,1s} = \frac{2s + 6,667}{s}$$

$$\text{FTMF} = 2 \cdot \frac{1}{0,1s + 1} = G_{mr}$$

- Mesma FTMF, com controlador **estável** e com **integrador**: o ganho 2 é garantido mesmo se o circuito variar.
- Na opção A, com ganho real kK da planta: $0,1s - 1 + 2k = 0$, estável só para $k > 0,5$ — pouca robustez.

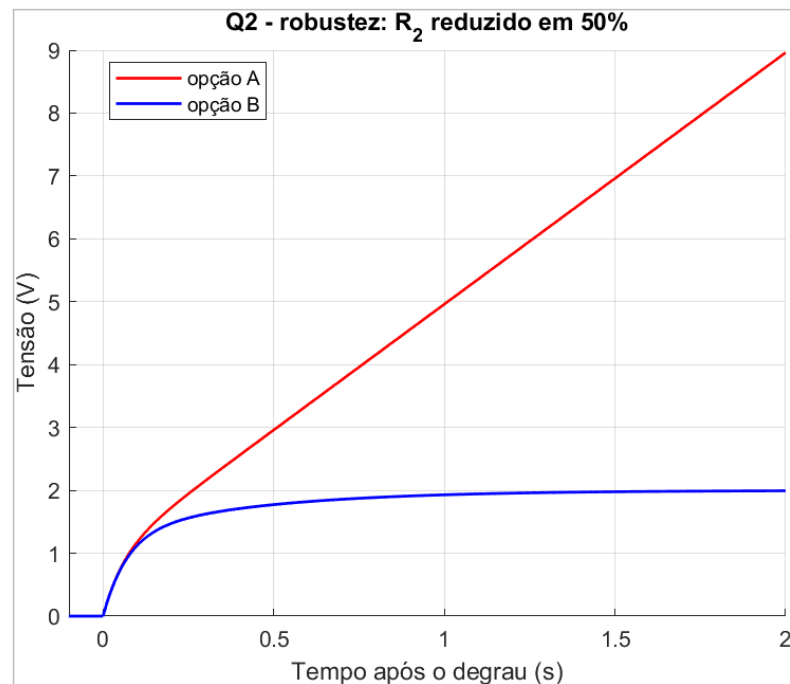
Item d: Malha Fechada $\times G_{mr}$

- Controlador ligado **antes da fonte controlada**; realimentação pelo sinal medido E_o .
- As curvas se sobrepõem ($\leq 0,1$ mV de diferença, AmpOp não ideal).
- Chega a 2 V sem sobressinal, com $t_s = 0,30$ s $< 0,4$ s.
- u : pico de 4 V, final de 1,333 V — dentro de ± 12 V.
- **Figura 5:** 0,1 s/DIV; 1,26 V (0,1 s), 1,73 V (0,2 s), 1,90 V (0,3 s), 2,00 V.



Teste Extra: Robustez

- R_2 reduzido em 50%: $K = 0,75$ e $\tau_p = 0,15$ s, mesmos controladores.
- **Opção A:** $k = 0,5$ põe o polo de malha fechada na origem: a saída cresce em rampa (8,96 V e subindo).
- **Opção B:** continua estável e tende a 2 V (1,993 V): o integrador corrige a variação de ganho.



Item e: É um Controlador PID?

- Comparar com $G_{PID} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$.
- **Opção A: não é PID.** $\frac{4s + 13,33}{s - 10}$ não tem polo na origem e tem polo instável.

- **Opção B: é um PI.**

$$G_c = \frac{\tau_p s + 1}{K\tau s} \Rightarrow \boxed{K_P = \frac{\tau_p}{K\tau} = 2,0 \quad K_I = \frac{1}{K\tau} = 6,667 \text{ s}^{-1} \quad K_D = 0}$$

- **Erros comuns:** G_{mr} com grau relativo menor que o da planta; não notar que ganho $\neq 1$ elimina o integrador; esquecer o sinal dos inversores.

Resumo das Respostas

Q1	Resposta	Q2	Resposta
a	$H = 2/35 \text{ V/}^\circ\text{C}$	a	$G_p = 1,5/(0,3s + 1)$
b	$G_a = 0,1/(0,08s + 1)$	b	$G_{mr} = 2/(0,1s + 1)$
c	$G_F(0) = H$; usado $H/(10s + 1)$	c	A: $(4s + 13,33)/(s - 10)$; B: $G_F = 2 + \text{PI}$
d	água fria somada na saída de G_p	d	malha fechada = G_{mr} ; $u \leq 4 \text{ V}$
e	Ensaio 2, P2D, FIT 95,4%	e	B é PI: $K_P = 2$, $K_I = 6,667$
f	fluxograma da identificação		
g	PID: 4,669 / 0,0821 / 42,96; $t_s = 80 \text{ s}$		
h	cancelamento + fluxograma		
i	MA 155 s; MF 80 s, erro nulo		
j	estável: polos com $\text{Re} < 0$		

Aluno

e-mail:

- luan.cesarn@ufpe.br